

„STOCHASTIK in der gymnasialen Oberstufe mit dem GTR“

Workshop L05 (10.45 – 12.15 Uhr)

DZLM-Jahrestagung am 06.09.2014
an der Universität Duisburg-Essen



Hintergrund und Ziele

- Ziel des heutigen Workshops:
 - Einführung in die Möglichkeiten, die Experimente und digitale Simulationen mit dem GTR für den Einstieg in die Stochastik in der Oberstufe liefern.
- Hintergrund zu Inhalten und Materialien:
 - Die Materialien und Konzepte entstammen unserer **viertägigen DZLM Fortbildungsreihe „Stochastik konkret 2014“**, die wir im letzten Schuljahr mit ca. 90 Mathematiklehrkräften für die Sek. II an drei Standorten in NRW durchgeführt haben.
 - Eine Neuauflage der Fortbildung ist geplant – hierzu am Ende des Workshops mehr.

Ihre Dozenten



Rolf Biehler

Leiter DZLM-Abt. 3
Universität
Paderborn



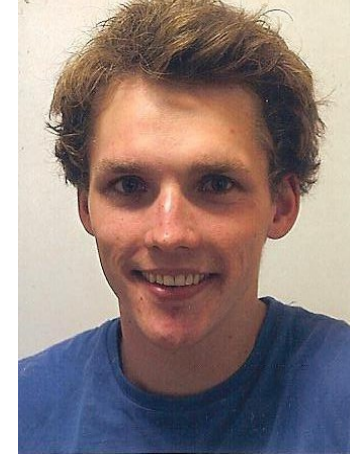
Michael Casper

Maria-Sibylla-Merian-
Gymnasium Krefeld,
AG Mathematik
Medienberatung
NRW



Janina Niemann

DZLM-Mitarbeiterin
Universität
Paderborn



Ruben Loest

DZLM-Mitarbeiter
Universität
Paderborn

Programm für heute

I. Das „10-20-Test-Problem“

- 1) Vorstellung der Aufgabe und theoretische Einbettung
- 2) Möglichkeiten und Anknüpfungspunkte für den Unterrichtseinsatz

II. Facettenorientierte Erarbeitung der Aufgabe in Gruppen

- 1) **Gruppe 1:** Werkzeugkompetenz für eine digitale Simulation der Aufgabe im GTR (TI-Nspire CX oder Casio fx CG20)
- 2) **Gruppe 2:** Idee zur Annäherung an das „Eins durch Wurzel aus n-Gesetz“ im Stochastikunterricht mit Hilfe des GTR (TI-Nspire CX oder Casio fx CG20)

III. Informationen zu weiteren Veranstaltungen

Das „10-20-Test-Problem“



Die Aufgabenstellung

Test 1 besteht aus 10 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Test 2 besteht aus 20 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind.

Bei welchem Test hat ein Prüfling, der nicht gelernt hat und nur rät, größere Chancen zu bestehen?

- ☐ Test 1
- ☐ Test 2
- ☐ Beide gleich

Was erwarten Sie intuitiv?

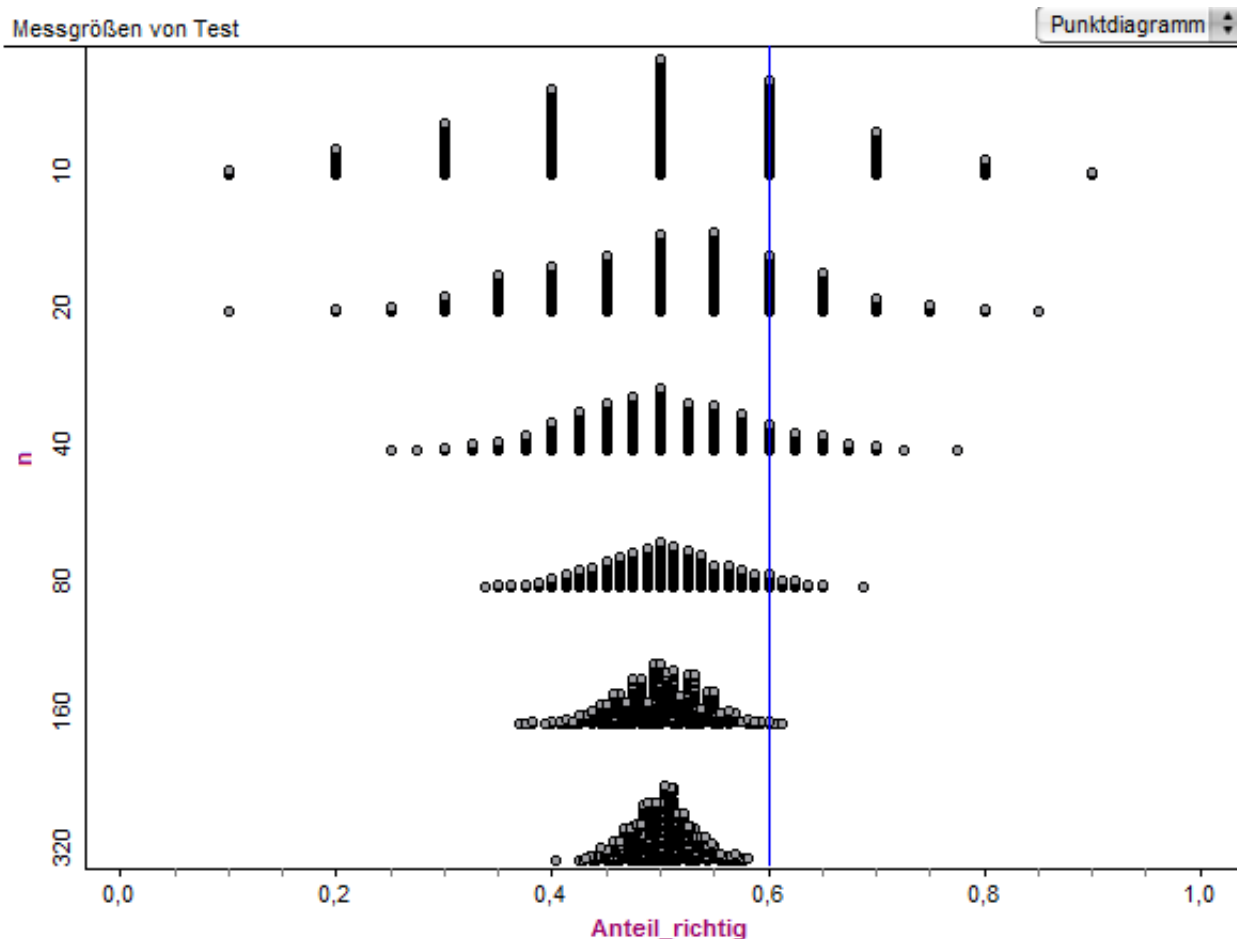
Lösung zur Aufgabenstellung

Test 1 besteht aus 10 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Test 2 besteht aus 20 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind.

Bei welchem Test hat ein Prüfling, der nicht gelernt hat und nur rät, größere Chancen zu bestehen?

- ☒ Test 1 ✓
- ☐ Test 2
- ☐ Beide gleich

Visuelle Begründung für „Test 1“ (Simulation)



Beobachtungen:

- Mit größer werdender Fragenanzahl n zieht sich die Verteilung der Anteile an richtigen Fragen um den Wert $p=0,5$ zusammen
- Bei kleinerer Fragenanzahl n sind „Ausreißer“ wahrscheinlicher, die Bestehensgrenze von 60% wird öfter zufällig überschritten.

[Die Graphik wurde mit der Software *Fathom* erstellt.]

Begründung für „Test 1“ über Bin.verteilung

- Bezeichnungen:
 - n : Stichprobenumfang („Fragenanzahl im Test“)
 - p : Erfolgswahrscheinlichkeit
 - $p_0=0,5$: angenommene Erfolgswahrscheinlichkeit (Der Prüfling rät bei jeder Frage)
 - X : binomialverteilte Zufallsgröße „Anzahl der korrekten Antworten im Test“
 - $Y=X/n$: binomialverteilte Zufallsgröße „Anteil der korrekten Antworten im Test“
- Dann gilt $E(Y)=p$ und $\sigma(Y)=\sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} / n = \sqrt{n \cdot 0,25} / n = 1/2 \sqrt{n}$

→ $E(Y)$ ist also unabhängig von n , wohingegen $\sigma(Y)$ für größer werdende n proportional zu $1/\sqrt{n}$ abnimmt.

Erfahrungen mit der Aufgabe

Tendenziell beantworten und begründen eher wenige Oberstufenschüler die Aufgabe intuitiv korrekt:

- 1) In einer Befragung von $n=1163$ SuS der Oberstufe aus NRW kreuzten nur ca. 11% die richtige Antwort „Test 1“ an. Nur 1,7% der 1163 SuS gaben zusätzlich zur richtigen Antwort auch eine angemessene Begründung. Von den 1163 SuS antworteten ca. 34% „Beide gleich“ und ca. 17% „Test2“.
- 2) Von $n=39$ LeistungskursschülerInnen in Hessen gaben im Vortest 26% die korrekte Antwort und 18% zusätzlich auch eine angemessene Begründung. Im Nachtest erhöhten sich diese Anteile auf 77% und 59%. (A. Prömmel, 2011)

Diese Beobachtungen stehen auch im Einklang mit Ergebnissen früherer Studien (z.B. Kahneman & Tversky, 1972; Maxara & Biehler, 2010; Meyfarth, 2008; Sedlmeier & Gigerenzer, 1997)

- „*Insensitivity of sample size*“
- „*Belief in the law of small numbers*“

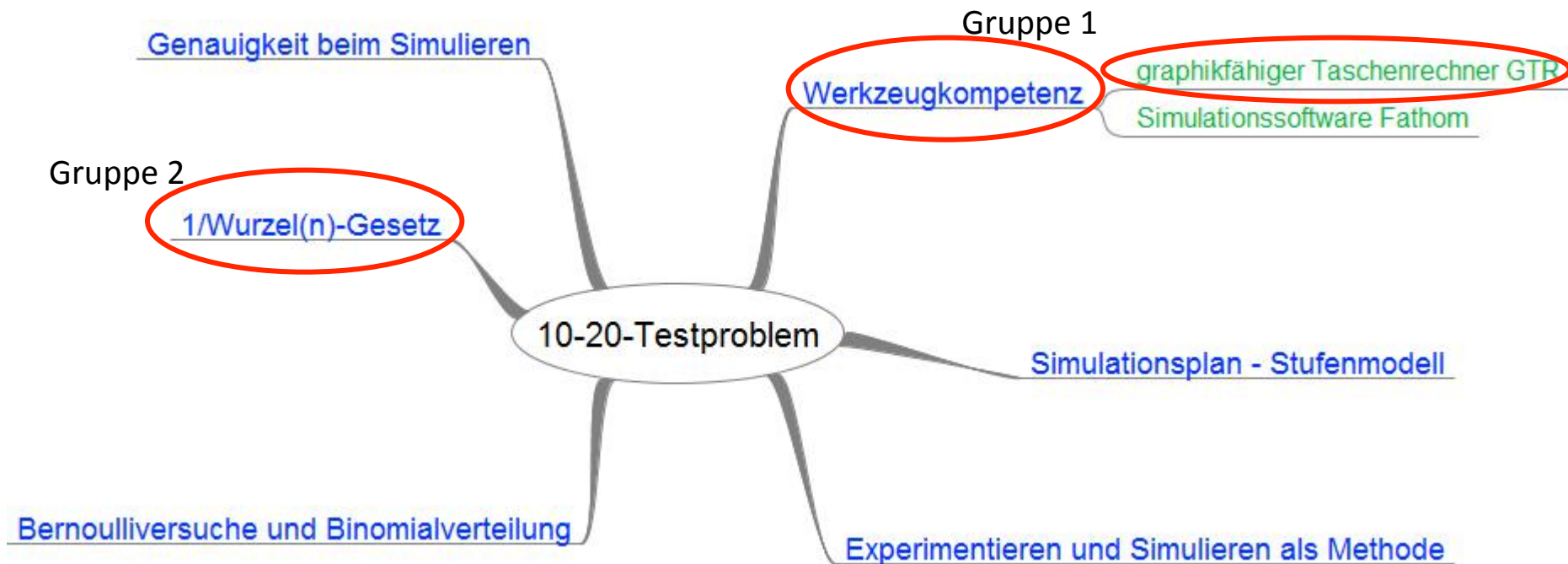
Exemplarischer Unterrichtsverlauf

Phase	Inhalt	Form
Problemannäherung	<ul style="list-style-type: none"> • Konfrontation mit dem 10-20-Testproblem • Angabe eigener Einschätzung und intuitive Begründung 	Unterrichtsdiskussion
Problemlösung über händische Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment • Diskussion der Ergebnisse ➤ Formen der Erkenntnisgewinnung, Simulationsplan, Grenzen des Verfahrens 	Partnerarbeit
Problemlösung über werkzeuggestützte Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment am GTR oder mit der Software Fathom ➤ Festigung des Simulationsplans, Aufbau von Werkzeugkompetenz 	Lehrerdemonstration Ggf. Partnerarbeit
Problemlösung	<ul style="list-style-type: none"> • Beantwortung des 10-20-Testproblems über die Simulationsergebnisse 	

Exemplarischer Unterrichtsverlauf

Phase	Inhalt	Leitideen und Kompetenzen
Problemannäherung	<ul style="list-style-type: none"> • Konfrontation mit dem 10-20-Testproblem • Angabe eigener Einschätzung und intuitive Begründung 	L4 (Funktionaler Zusammenhang) L5 Daten und Zufall K1 Mathematisch argumentieren K2 (Probleme mathematisch lösen) K3 Mathematisch modellieren K4 Mathematische Darstellungen verwenden K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen K6 Mathematisch kommunizieren
Problemlösung über händische Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment • Diskussion der Ergebnisse ➤ Formen der Erkenntnisgewinnung, Simulationsplan, Grenzen des Verfahrens 	
Problemlösung über werkzeuggestützte Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment am GTR oder mit der Software Fathom ➤ Festigung des Simulationsplan, Aufbau von Werkzeugkompetenz 	
Problemlösung	<ul style="list-style-type: none"> • Beantwortung des 10-20-Testproblems über die Simulationsergebnisse 	

Didaktisches Potential des Unterrichtsverlauf



Gruppenarbeitsphase



Arbeitsaufträge

Gruppe 1 „Werkzeugkompetenz“

- Lernen Sie das Stufenmodell der Simulation kennen.
- Nutzen Sie das Werkzeug GTR zum Simulieren, Visualisieren und Berechnen.
- Vertiefen Sie ihr Wissen über mögliche weitere Simulationen.

Gruppe 2 „ $1/\sqrt{n}$ -Gesetz“

- Lernen Sie das $1/\sqrt{n}$ -Gesetz als Präzisierung des GdgZ kennen.
- Nutzen Sie den GTR für einen möglichen Weg zur Entdeckung des $1/\sqrt{n}$ -Gesetz im Unterricht
- Vertiefen Sie Ihr Wissen über die Genauigkeit von Prognosen über relativen Häufigkeiten in Experimenten/Simulationen.

Ausblick



Die Fortbildungsreihe „STOCHASTIK kompakt 2015“

4-teilige Lehrerfortbildung zum
fachinhaltlichen Überblick über die Stochastik,
ihre Methodik und Didaktik in der Sek. II

Kooperationsangebot von

DZLM-Abteilung 3
Standort Universität Paderborn
Prof. Dr. Rolf Biehler

Ministeriums für Schule und
Weiterbildung NRW,
Medienberatung NRW

Die Fortbildung „STOCHASTIK kompakt“

- Wer:** ca. 90 Lehrkräfte der Sekundarstufe II aus NRW
- Was:** Stochastik/Statistik der gymnasialen Oberstufe
- Wo:** Bochum, Düsseldorf, Paderborn
- Wann:** Januar bis (zunächst) Mai 2015, (mögliche) Fortsetzung ab September 2015
- Wie:** 4 (schwerpunktmäßig) fachinhaltliche Präsenztage an allen 3 Standorten im Abstand von ca. 4 Wochen, Zwischenphasen zur (begleiteten) Erprobung im eigenen Unterricht
- Wie weiter:** Auf Wunsch: Erarbeitung möglicher Konzepte zur Multiplikation der Fortbildungsinhalte in eigenen Fortbildungen – Fortbildungsmodul E „Stochastik in der Sek. II - Fortbildungen gestalten und durchführen“ ab Sep. 2015

Die Dozenten



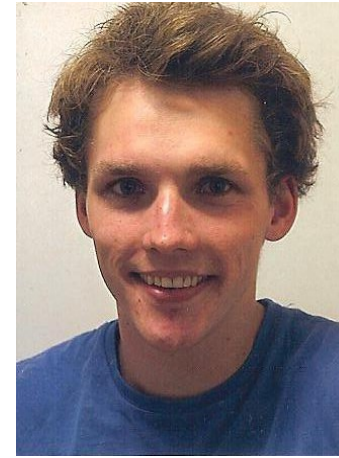
Rolf Biehler

Leiter DZLM-Abt. 3
Universität Paderborn



Michael Casper

Maria-Sibylla-Merian-
Gymnasium Krefeld,
AG Mathematik
Medienberatung NRW



Ruben Loest

DZLM-Mitarbeiter
Universität Paderborn

Die vier Fortbildungsmodule

**Modul A: „Simulation, Experimente und Daten für die Begriffsbildung
beim Wiedereinstieg in die Stochastik in der Oberstufe“**

(Januar 2015)

**Modul B: „Stochastische Modellbildung, Unabhängigkeit und
Abhängigkeit, Binomialverteilung“**

(Februar 2015)

**Modul C & D: „Beurteilende Statistik an authentischen Beispielen
verständnisorientiert unterrichten lernen“**

(März & Mai 2015)

Inhalte der Module A & B

- Erarbeitung der erforderlichen Werkzeugkompetenz (TI-Nspire CX, Casio fx CG 20) für eine simulationsbasierte und werkzeuggestützte Behandlung der Inhalte zur Stochastik in der Einführungsphase
- Erarbeitung unterrichtspraktischer Beispiele zu Simulationen, Experimenten und Daten für die Begriffsbildung beim Wiedereinstieg in die Stochastik in der Einführungsphase
- Aufbau fundamentaler Vorstellungen über Modelle zum Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten, stochastische (Un-)Abhängigkeit
- Vorstellungsorientierte Herleitung der Binomialverteilung

Gestaltungsprinzipien des DZLM

1. Kompetenzorientierung
2. Teilnehmerorientierung
3. Kooperationsanregung
4. Fallbezogenheit
5. Methodenvielfalt
6. Reflexionsförderung



So könnte Modul A aussehen

Zeit	Thema	Inhalte
10:15 - 12:30	Das "10-20-Testproblem,, (inkl. Kaffeepause)	<ul style="list-style-type: none"> Händische & digitale Simulation und ihre werkzeuggestützte Auswertung Ziele und Umsetzung von Simulationen im Stochastikunterricht
MITTAGSPAUSE		
13:15 - 14:00	Genauigkeit von Simulationen	Gesetz der großen Zahlen, $1/\sqrt{n}$ -Gesetz und Prognosebereiche
14:00 - 14:50	Workshop zur Simulation	Weitere Aufgaben für den Einsatz von Simulation im Unterricht
KAFFEEPAUSE		
15:15	„Ist das Spiel fair?“	Erwartungswert von Zufallsgrößen
16:00	Abschluss	Nachbereitung Modul A & Vorbereitung Modul B
16:30 FORTBILDUNGSENDE		

Inhalte der Module C & D

Gestaltungsprinzipien des DZLM

1. Kompetenzorientierung
2. Teilnehmerorientierung
3. Kooperationsanregung
4. Fallbezogenheit
5. Methodenvielfalt
6. Reflexionsförderung

- Fachliche Auffrischung der Kernelemente des geforderten Unterrichtsstoffs zur beurteilenden Statistik in der gymnasialen Oberstufe
- Fachdidaktische Erarbeitung von Konzepten zur verständnisorientierten Vermittlung dieser Kernelemente
- Inhaltlicher Fokus:
 - Modellierung von authentischen Anwendungskontexten zum Hypothesentesten mit Hilfe digitaler Werkzeuge (GTR, GeoGebra, Fathom)
 - Interpretation und Validierung von Hypothesentestergebnissen im Sachkontext

Mögliche Inhalte von Modul E

- Fachdidaktische Vertiefung der Inhalte aus Modul A-D
 - Perspektive des fachdidaktisch Lernenden mit Fokus auf die Rolle als fachlich Lehrender im eigenen Stochastikunterricht, Zielgruppe SuS
- Allgemeine Didaktik der Erwachsenenbildung/Fortbildungsdidaktik
 - Perspektive des fortbildungsdidaktisch Lernenden mit Fokus auf die Rolle als fachlich und fachdidaktisch Lehrender in der eigenen Fortbildung zur Stochastik, Zielgruppe LuL

Ziel: Erarbeitung von Konzepten zur Multiplikation der gelernten *stochastischen* Inhalte (inkl. Werkzeugeinsatz) in eigenen Fortbildungen

Haben Sie Interesse an weiteren Infos?

- In Ihrer **Tagungsmappe** befindet sich ein zweiseitiges **Infoschreiben** „**Fortbildungsreihen zur Geometrie, zum GTR-Einsatz und zur Stochastik in NRW im Schuljahr 2014/15**“.
 - Hier finden Sie einen **Link**, unter welchem Sie Ihr Interesse an der Fortbildung und an weiteren Informationen zu Anmeldemodalitäten sowie Terminen und Orten bekunden können!
(<https://dzlm.math.uni-paderborn.de/index.php?id=17667>)
- Das Ausfüllen des Onlineformulars ist noch keine Anmeldung oder Garantie auf Teilnahmemöglichkeit.

Aktuelle Veranstaltungen zur Stochastik

17.09.2014

Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

25. oder 26.09.2014

Universität Paderborn

„Stochastik konkret 2014 – Modul F“

Erarbeitung der unterrichtspraktischen Umsetzung ausgewählter Inhalte aus „Stochastik konkret 2014“ in Kleingruppen

<https://dzlm.math.uni-paderborn.de/index.php?id=17413>

24.09.2014

Medienberatung NRW
Düsseldorf

„Mathematikunterricht der Zukunft –

Mehrwert digitaler Werkzeuge“

Fachtagung für MathematikmoderatorInnen, FachberaterInnen, MedienberaterInnen, Dez. 46 der Bezirksregierungen Mathematik, FachdezernentInnen der Bezirksregierungen

http://www.kt-termine.nrw.de/app/kteam/Event/event_MBBR.asp?P=event&ENr=22152&KNr=0

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

