



„STOCHASTIK in der gymnasialen Oberstufe mit dem GTR“

Workshop L05 (10.45 – 12.15 Uhr)

DZLM-Jahrestagung am 06.09.2014
an der Universität Duisburg-Essen



Hintergrund und Ziele

- Ziel des heutigen Workshops:
 - Einführung in die Möglichkeiten, die Experimente und digitale Simulationen mit dem GTR für den Einstieg in die Stochastik in der Oberstufe liefern.
- Hintergrund zu Inhalten und Materialien:
 - Die Materialien und Konzepte entstammen unserer **viertägigen DZLM Fortbildungsreihe „Stochastik konkret 2014“**, die wir im letzten Schuljahr mit ca. 90 Mathematiklehrkräften für die Sek. II an drei Standorten in NRW durchgeführt haben.
 - Eine Neuauflage der Fortbildung ist geplant – hierzu am Ende des Workshops mehr.

Ihre Dozenten



Rolf Biehler

Leiter DZLM-Abt. 3
Universität
Paderborn



Michael Casper

Maria-Sibylla-Merian-
Gymnasium Krefeld,
AG Mathematik
Medienberatung
NRW



Janina Niemann

DZLM-Mitarbeiterin
Universität
Paderborn



Ruben Loest

DZLM-Mitarbeiter
Universität
Paderborn

Programm für heute

I. Das „10-20-Test-Problem“

- 1) Vorstellung der Aufgabe und theoretische Einbettung
- 2) Möglichkeiten und Anknüpfungspunkte für den Unterrichtseinsatz

II. Facettenorientierte Erarbeitung der Aufgabe in Gruppen

- 1) **Gruppe 1:** Werkzeugkompetenz für eine digitale Simulation der Aufgabe im GTR (TI-Nspire CX oder Casio fx CG20)
- 2) **Gruppe 2:** Idee zur Annäherung an das „Eins durch Wurzel aus n-Gesetz“ im Stochastikunterricht mit Hilfe des GTR (TI-Nspire CX oder Casio fx CG20)

III. Informationen zu weiteren Veranstaltungen

Das „10-20-Test-Problem“

Die Aufgabenstellung

Test 1 besteht aus 10 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Test 2 besteht aus 20 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind.

Bei welchem Test hat ein Prüfling, der nicht gelernt hat und nur rät, größere Chancen zu bestehen?

- Test 1*
- Test 2*
- Beide gleich*

Was erwarten Sie intuitiv?

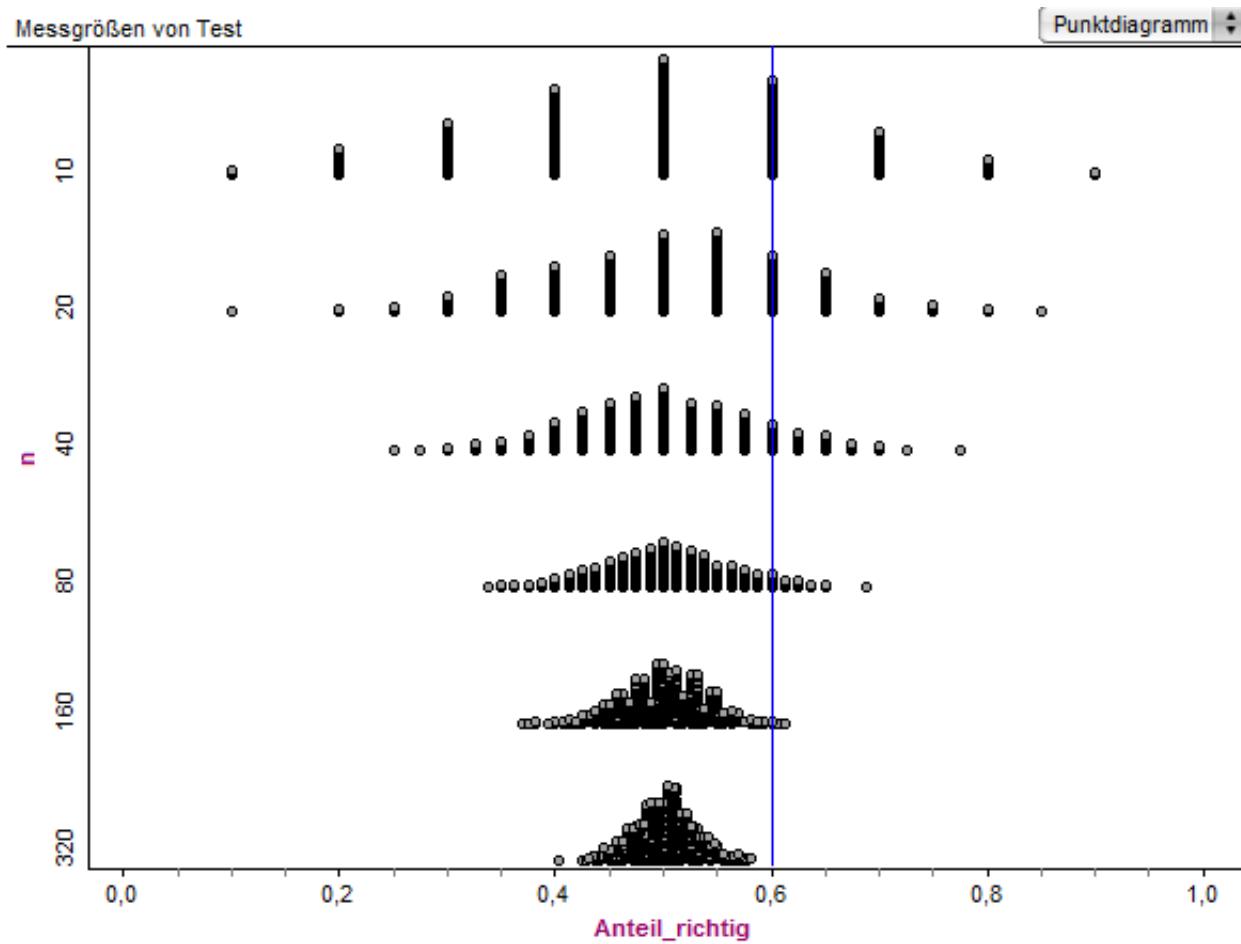
Lösung zur Aufgabenstellung

Test 1 besteht aus 10 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Test 2 besteht aus 20 Fragen, bei denen der Prüfling entweder ja oder nein ankreuzen kann. Beide Tests sind bestanden, wenn mindestens 60% der Fragen richtig beantwortet sind.

Bei welchem Test hat ein Prüfling, der nicht gelernt hat und nur rät, größere Chancen zu bestehen?

- Test 1 ✓*
- Test 2*
- Beide gleich*

Visuelle Begründung für „Test 1“ (Simulation)



Beobachtungen:

- Mit größer werdender Fragenanzahl n zieht sich die Verteilung der Anteile an richtigen Fragen um den Wert $p=0,5$ zusammen
- Bei kleinerer Fragenanzahl n sind „Ausreißer“ wahrscheinlicher, die Bestehengrenze von 60% wird öfter zufällig überschritten.

[Die Graphik wurde mit der Software *Fathom* erstellt.]

Begründung für „Test 1“ über Bin. Verteilung

- Bezeichnungen:
 - n: Stichprobenumfang („Fragenanzahl im Test“)
 - p: Erfolgswahrscheinlichkeit
 - $p_0=0,5$: angenommene Erfolgswahrscheinlichkeit (Der Prüfling rät bei jeder Frage)
 - X: binomialverteilte Zufallsgröße „Anzahl der korrekten Antworten im Test“
 - $Y=X/n$: binomialverteilte Zufallsgröße „Anteil der korrekten Antworten im Test“
- Dann gilt $E(Y)=p$ und $\sigma(Y)=\sqrt{n*p*(1-p)}/n=\sqrt{n*0,25}/n=1/\sqrt{n}$

→ $E(Y)$ ist also unabhängig von n, wohingegen $\sigma(Y)$ für größer werdende n proportional zu $1/\sqrt{n}$ abnimmt.

Erfahrungen mit der Aufgabe

Tendenziell beantworten und begründen eher wenige Oberstufenschüler die Aufgabe intuitiv korrekt:

- 1) In einer Befragung von n=1163 SuS der Oberstufe aus NRW kreuzten nur ca. 11% die richtige Antwort „Test 1“ an. Nur 1,7% der 1163 SuS gaben zusätzlich zur richtigen Antwort auch eine angemessene Begründung. Von den 1163 SuS antworteten ca. 34% „Beide gleich“ und ca. 17% „Test2“.
- 2) Von n=39 LeistungskursschülerInnen in Hessen gaben im Vortest 26% die korrekte Antwort und 18% zusätzlich auch eine angemessene Begründung. Im Nachtest erhöhten sich diese Anteile auf 77% und 59%. (A. Prömmel, 2011)

Diese Beobachtungen stehen auch im Einklang mit Ergebnissen früherer Studien (z.B. Kahneman & Tversky, 1972; Maxara & Biehler, 2010; Meyfarth, 2008; Sedlmeier & Gigerenzer, 1997)

- „*Insensitivity of sample size*“
- „*Belief in the law of small numbers*“

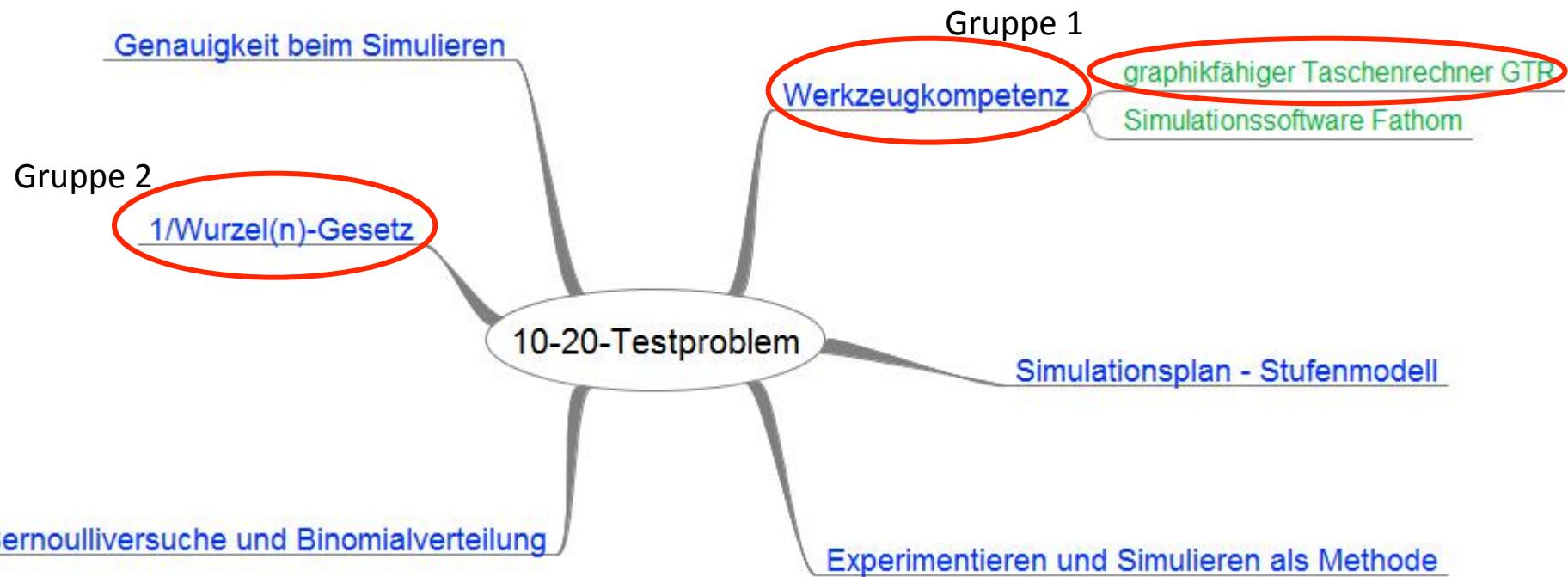
Exemplarischer Unterrichtsverlauf

Phase	Inhalt	Form
Problemannäherung	<ul style="list-style-type: none"> • Konfrontation mit dem 10-20-Testproblem • Angabe eigener Einschätzung und intuitive Begründung 	Unterrichtsdiskussion
Problemlösung über händische Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment • Diskussion der Ergebnisse ➤ Formen der Erkenntnisgewinnung, Simulationsplan, Grenzen des Verfahrens 	Partnerarbeit
Problemlösung über werkzeuggestützte Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment am GTR oder mit der Software Fathom ➤ Festigung des Simulationsplans, Aufbau von Werkzeugkompetenz 	Lehrerdemonstration Ggf. Partnerarbeit
Problemlösung	<ul style="list-style-type: none"> • Beantwortung des 10-20-Testproblems über die Simulationsergebnisse 	

Exemplarischer Unterrichtsverlauf

Phase	Inhalt	Leitideen und Kompetenzen
Problemannäherung	<ul style="list-style-type: none"> • Konfrontation mit dem 10-20-Testproblem • Angabe eigener Einschätzung und intuitive Begründung 	L4 (Funktionaler Zusammenhang) L5 Daten und Zufall
Problemlösung über händische Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment • Diskussion der Ergebnisse ➤ Formen der Erkenntnisgewinnung, Simulationsplan, Grenzen des Verfahrens 	K1 Mathematisch argumentieren K2 (Probleme mathematisch lösen) K3 Mathematisch modellieren
Problemlösung über werkzeuggestützte Simulation	<ul style="list-style-type: none"> • Überprüfung der Einschätzungen durch ein Modellexperiment am GTR oder mit der Software Fathom ➤ Festigung des Simulationsplan, Aufbau von Werkzeugkompetenz 	K4 Mathematische Darstellungen verwenden K5 Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen K6 Mathematisch kommunizieren
Problemlösung	<ul style="list-style-type: none"> • Beantwortung des 10-20-Testproblems über die Simulationsergebnisse 	

Didaktisches Potential des Unterrichtsverlauf



Gruppenarbeitsphase

Arbeitsaufträge

Gruppe 1 „Werkzeugkompetenz“

- Lernen Sie das Stufenmodell der Simulation kennen.
- Nutzen Sie das Werkzeug GTR zum Simulieren, Visualisieren und Berechnen.
- Vertiefen Sie ihr Wissen über mögliche weitere Simulationen.

Gruppe 2 „ $1/\sqrt{n}$ -Gesetz“

- Lernen Sie das $1/\sqrt{n}$ -Gesetz als Präzisierung des GdgZ kennen.
- Nutzen Sie den GTR für einen möglichen Weg zur Entdeckung des $1/\sqrt{n}$ -Gesetz im Unterricht
- Vertiefen Sie Ihr Wissen über die Genauigkeit von Prognosen über relativen Häufigkeiten in Experimenten/Simulationen.

Ausblick



Die Fortbildungsreihe „STOCHASTIK kompakt 2015“

4-teilige Lehrerfortbildung zum
fachinhaltlichen Überblick über die Stochastik,
ihre Methodik und Didaktik in der Sek. II

Kooperationsangebot von

DZLM-Abteilung 3
Standort Universität Paderborn
Prof. Dr. Rolf Biehler

Ministeriums für Schule und
Weiterbildung NRW,
Medienberatung NRW

Die Fortbildung „STOCHASTIK kompakt“

- Wer:** ca. 90 Lehrkräfte der Sekundarstufe II aus NRW
- Was:** Stochastik/Statistik der gymnasialen Oberstufe
- Wo:** Bochum, Düsseldorf, Paderborn
- Wann:** Januar bis (zunächst) Mai 2015, (mögliche) Fortsetzung ab September 2015
- Wie:** 4 (schwerpunktmäßig) fachinhaltliche Präsenztage an allen 3 Standorten im Abstand von ca. 4 Wochen,
Zwischenphasen zur (begleiteten) Erprobung im eigenen Unterricht
- Wie weiter:** Auf Wunsch: Erarbeitung möglicher Konzepte zur Multiplikation der Fortbildungsinhalte in eigenen Fortbildungen – Fortbildungsmodul E „Stochastik in der Sek. II - Fortbildungen gestalten und durchführen“ ab Sep. 2015

Die Dozenten



Rolf Biehler

Leiter DZLM-Abt. 3
Universität Paderborn



Michael Casper

Maria-Sibylla-Merian-
Gymnasium Krefeld,
AG Mathematik
Medienberatung NRW



Ruben Loest

DZLM-Mitarbeiter
Universität Paderborn

Die vier Fortbildungsmodule

Modul A: „Simulation, Experimente und Daten für die Begriffsbildung beim Wiedereinstieg in die Stochastik in der Oberstufe“

(Januar 2015)

Modul B: „Stochastische Modellbildung, Unabhängigkeit und Abhängigkeit, Binomialverteilung“

(Februar 2015)

Modul C & D: „Beurteilende Statistik an authentischen Beispielen verständnisorientiert unterrichten lernen“

(März & Mai 2015)

Inhalte der Module A & B

- Erarbeitung der erforderlichen Werkzeugkompetenz (TI-Nspire CX, Casio fx CG 20) für eine simulationsbasierte und werkzeuggestützte Behandlung der Inhalte zur Stochastik in der Einführungsphase
- Erarbeitung unterrichtspraktischer Beispiele zu Simulationen, Experimenten und Daten für die Begriffsbildung beim Wiedereinstieg in die Stochastik in der Einführungsphase
- Aufbau fundamentaler Vorstellungen über Modelle zum Wahrscheinlichkeitsbegriff
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten, stochastische (Un-)Abhängigkeit
- Vorstellungsoorientierte Herleitung der Binomialverteilung

Gestaltungsprinzipien des DZLM

1. Kompetenzorientierung
2. Teilnehmerorientierung
3. Kooperationsanregung
4. Fallbezogenheit
5. Methodenvielfalt
6. Reflexionsförderung

So könnte Modul A aussehen

Zeit	Thema	Inhalte
10:15 - 12:30	Das "10-20-Testproblem," (inkl. Kaffeepause)	<ul style="list-style-type: none"> • Händische & digitale Simulation und ihre werkzeuggestützte Auswertung • Ziele und Umsetzung von Simulationen im Stochastikunterricht
MITTAGSPAUSE		
13:15 - 14:00	Genauigkeit von Simulationen	Gesetz der großen Zahlen, $1/\sqrt{n}$ -Gesetz und Prognosebereiche
14:00 - 14:50	Workshop zur Simulation	Weitere Aufgaben für den Einsatz von Simulation im Unterricht
KAFFEEPAUSE		
15:15	„Ist das Spiel fair?“	Erwartungswert von Zufallsgrößen
16:00	Abschluss	Nachbereitung Modul A & Vorbereitung Modul B
16:30 FORTBILDUNGSSENDE		

Inhalte der Module C & D

- Fachliche Auffrischung der Kernelemente des geforderten Unterrichtsstoffs zur beurteilenden Statistik in der gymnasialen Oberstufe
- Fachdidaktische Erarbeitung von Konzepten zur verständnisorientierten Vermittlung dieser Kernelemente
- Inhaltlicher Fokus:
 - Modellierung von authentischen Anwendungskontexten zum Hypothesentesten mit Hilfe digitaler Werkzeuge (GTR, GeoGebra, Fathom)
 - Interpretation und Validierung von Hypothesentestergebnissen im Sachkontext

Gestaltungsprinzipien des DZLM

1. Kompetenzorientierung
2. Teilnehmerorientierung
3. Kooperationsanregung
4. Fallbezogenheit
5. Methodenvielfalt
6. Reflexionsförderung

Mögliche Inhalte von Modul E

- Fachdidaktische Vertiefung der Inhalte aus Modul A-D
 - Perspektive des fachdidaktisch Lernenden mit Fokus auf die Rolle als fachlich Lehrender im eigenen Stochastikunterricht, Zielgruppe SuS
- Allgemeine Didaktik der Erwachsenenbildung/Fortbildungsdidaktik
 - Perspektive des fortbildungsdidaktisch Lernenden mit Fokus auf die Rolle als fachlich und fachdidaktisch Lehrender in der eigenen Fortbildung zur Stochastik, Zielgruppe LuL

Ziel: **Erarbeitung von Konzepten zur Multiplikation der gelernten *stochastischen* Inhalte (inkl. Werkzeugeinsatz) in eigenen Fortbildungen**

Haben Sie Interesse an weiteren Infos?

- In Ihrer **Tagungsmappe** befindet sich ein zweiseitiges **Infoschreiben „Fortschreibungen zur Geometrie, zum GTR-Einsatz und zur Stochastik in NRW im Schuljahr 2014/15“.**
 - Hier finden Sie einen **Link**, unter welchem Sie Ihr Interesse an der Fortbildung und an weiteren Informationen zu Anmeldemodalitäten sowie Terminen und Orten bekunden können!
(<https://dzlm.math.uni-paderborn.de/index.php?id=17667>)
- Das Ausfüllen des Onlineformulars ist noch keine Anmeldung oder Garantie auf Teilnahmemöglichkeit.

Aktuelle Veranstaltungen zur Stochastik

17.09.2014

Universität Duisburg-Essen
Campus Essen

25. oder 26.09.2014

Universität Paderborn

„Stochastik konkret 2014 – Modul F“

Erarbeitung der unterrichtspraktischen Umsetzung ausgewählter Inhalte aus „Stochastik konkret 2014“ in Kleingruppen

<https://dzlm.math.uni-paderborn.de/index.php?id=17413>

24.09.2014

Medienberatung NRW
Düsseldorf

„Mathematikunterricht der Zukunft – Mehrwert digitaler Werkzeuge“

Fachtagung für MathematikmoderatorInnen,
FachberaterInnen, MedienberaterInnen,
Dez. 46 der Bezirksregierungen Mathematik,
FachdezernentInnen der Bezirksregierungen

[http://www.kt-termine.nrw.de/app/kteam/Event/
event_MBBR.asp?P=event&ENr=22152&KNr=0](http://www.kt-termine.nrw.de/app/kteam/Event/event_MBBR.asp?P=event&ENr=22152&KNr=0)

Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!