

Mathematik Anders Machen

Eine Initiative zur Lehrerfortbildung

Materialien zum Kurs

Neues im Mathematikunterricht?!

Referenten

Prof. Dr. Wilfried Herget

Ines Petzschler



Projektleiter: Prof. Dr. Günter Törner
Fachbereich Mathematik
Universität Duisburg-Essen

Projektleiter: Prof. Dr. Jürg Kramer
Institut für Mathematik
Humboldt Universität zu Berlin



Ines Petzschler, Leipzig
Wilfried Herget,
Martin-Luther-Universität
Halle-Wittenberg

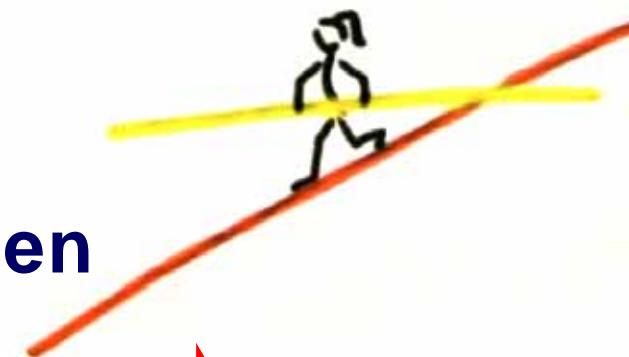


Neues im **Mathematik- unterricht**

<http://did.mathematik.uni-halle.de>

<http://www.mathematik-anders-machen.de>

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



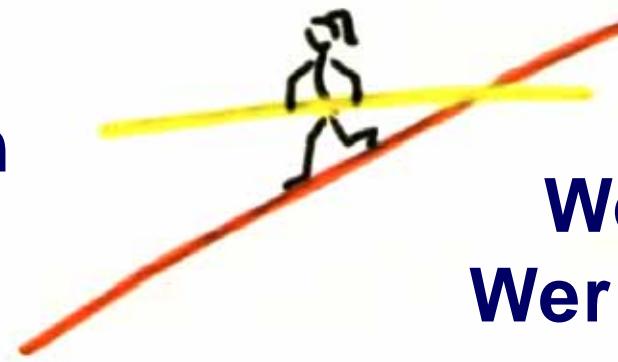
Kompetenzen

- ➡ **mathematisch argumentieren**
- ➡ **Probleme mathematisch lösen**
- ➡ **mathematisch modellieren**
- ➡ **mathematische Darstellungen verwenden**
- ➡ **mit Mathematik symbolisch/technisch umgehen**
- ➡ **mathematisch kommunizieren**

Leitideen

- ➡ **Zahl**
- ➡ **Messen**
- ➡ **Raum und Form**
- ➡ **Funktionaler Zusammenhang**
- ➡ **Daten und Zufall**

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

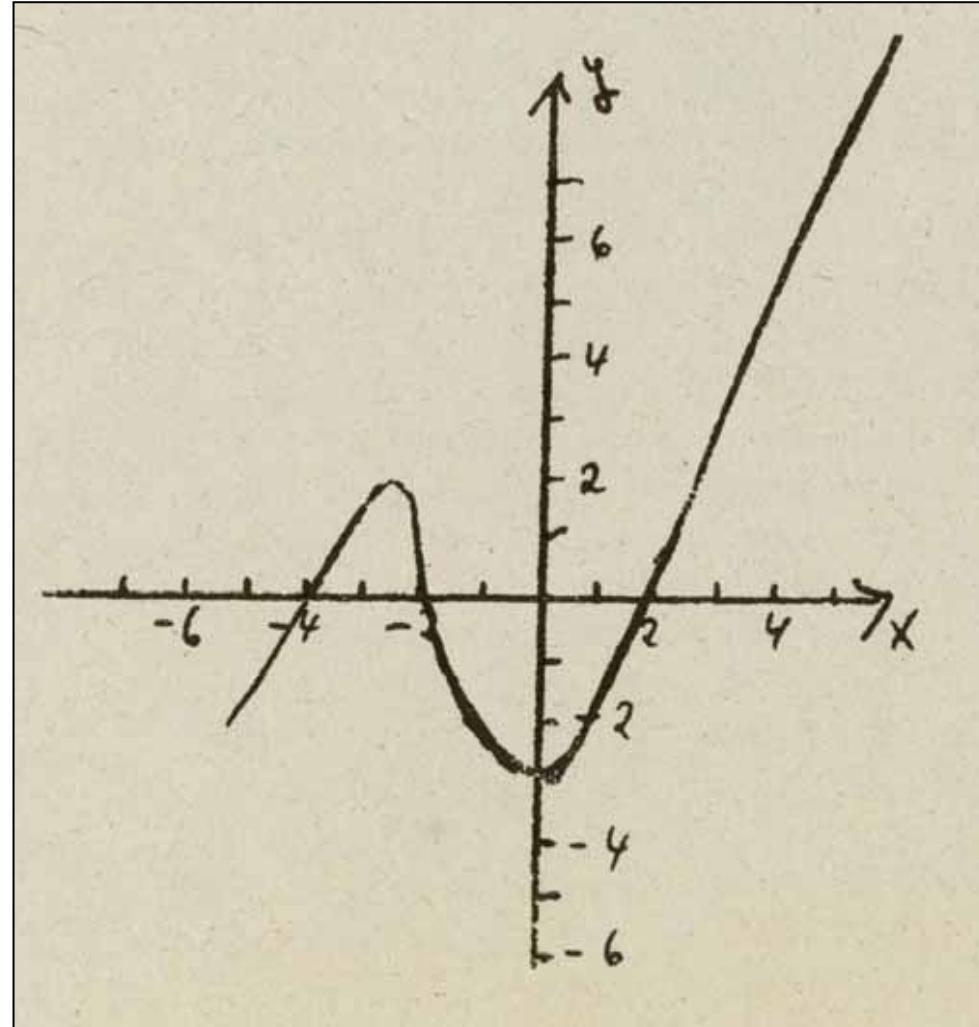
Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



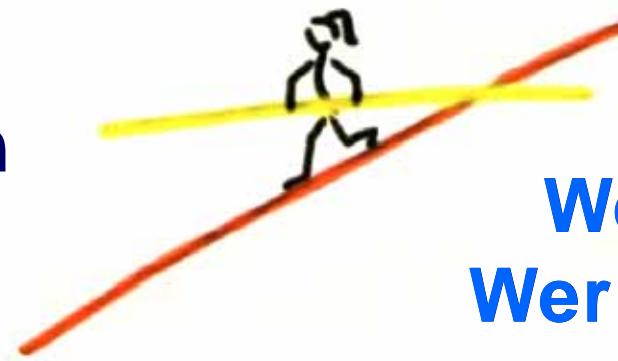
Stille Post ...

Beschreibe den Graphen so genau wie möglich, so dass dein Partner (der deine Vorlage *nicht* sieht!) den Graphen zeichnen kann.



Idee: Anneli Schick
mathe journal 1 / 1985
mathematik lehren 143 / August 2007

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

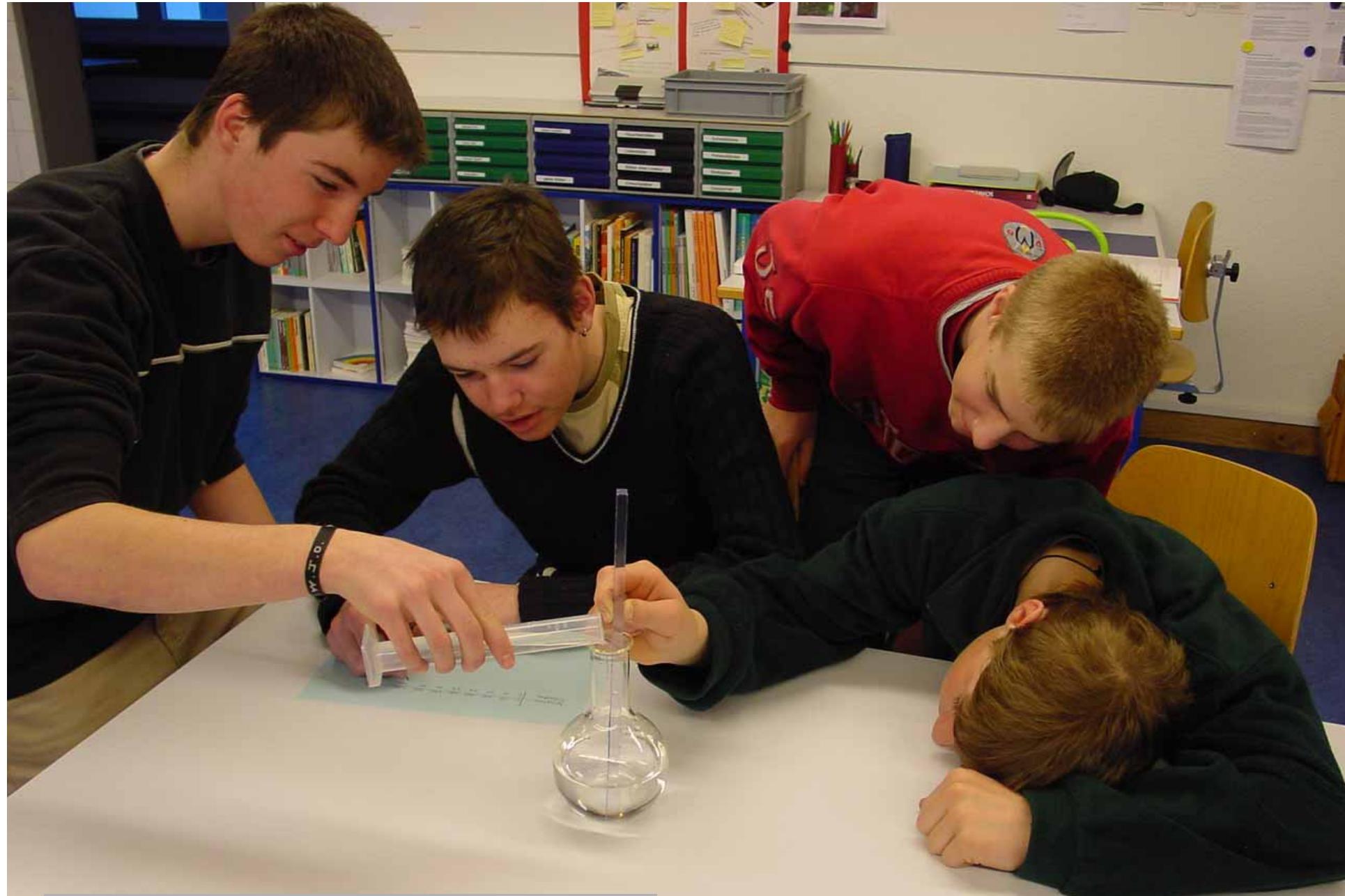
Mathematik (hinein-)sehen



Walter Affolter www.mathbu.ch

Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom
Stiftung 



Rundkolben füllen

Walter Affolter www.mathbu.ch

Mathematik Anders Machen



Voraussagen machen

Walter Affolter www.mathbu.ch

Mathematik Anders Machen

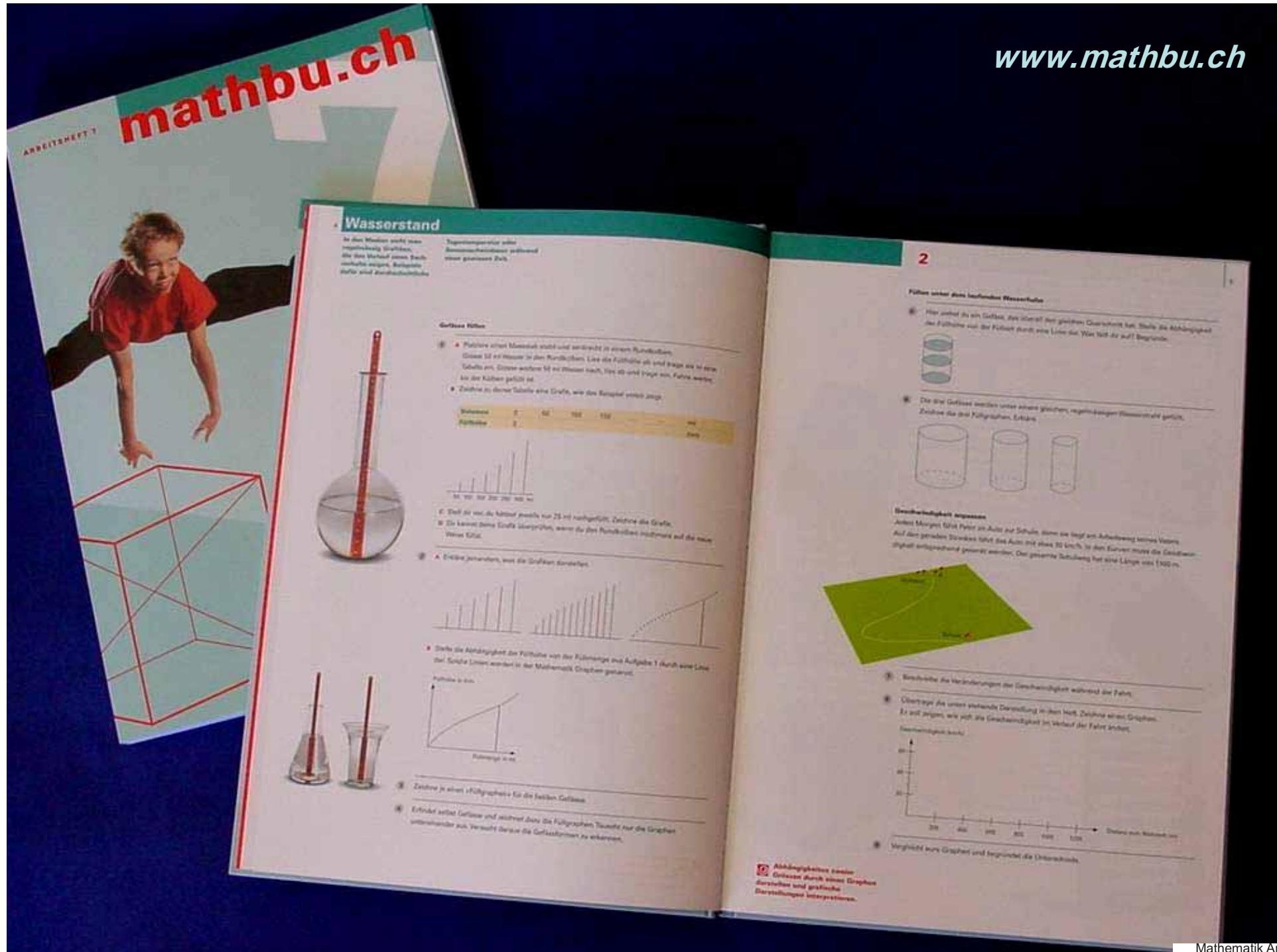
Deutsche Telekom
Stiftung 



Füllgraphen diskutieren

Walter Affolter www.mathbu.ch

Mathematik Anders Machen



Aufgabe der Woche

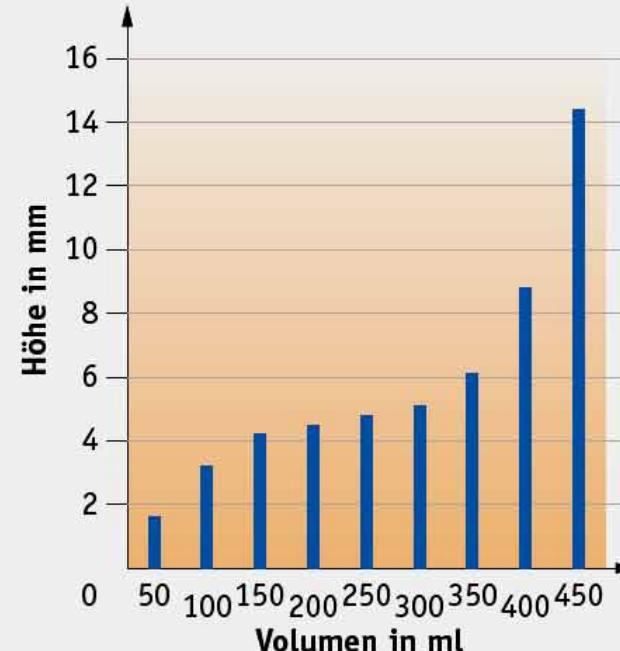
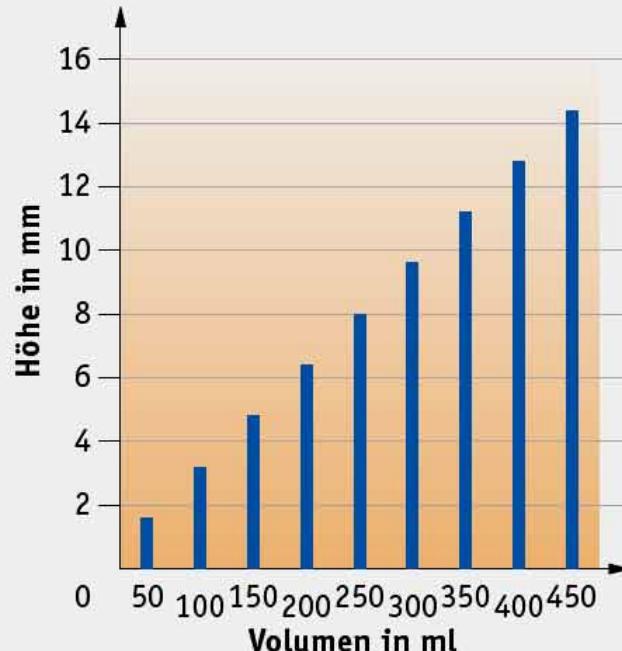
Suche dir einige Gefäße mit besonderen Formen, wie z. B. einen Getränkebecher oder eine Vase.

Stelle in das erste Gefäß einen Maßstab oder ein Lineal wie in der Abbildung. Gieße nun 50 ml in das Gefäß, lies die Füllhöhe ab und notiere sie. Gieße nun immer wieder 50 ml hinzu und lies ab, bis das Gefäß voll ist. Stelle die Füllhöhen in einem Strichdiagramm dar.

Verfahre nun für die anderen Gefäße genauso.

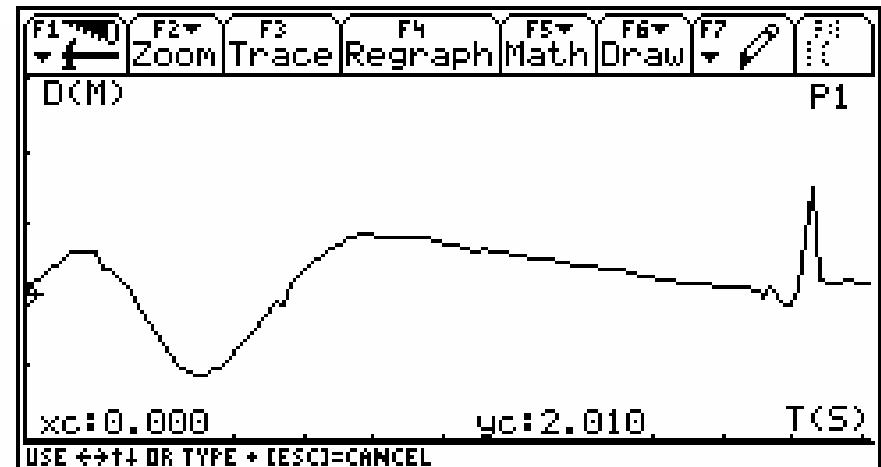
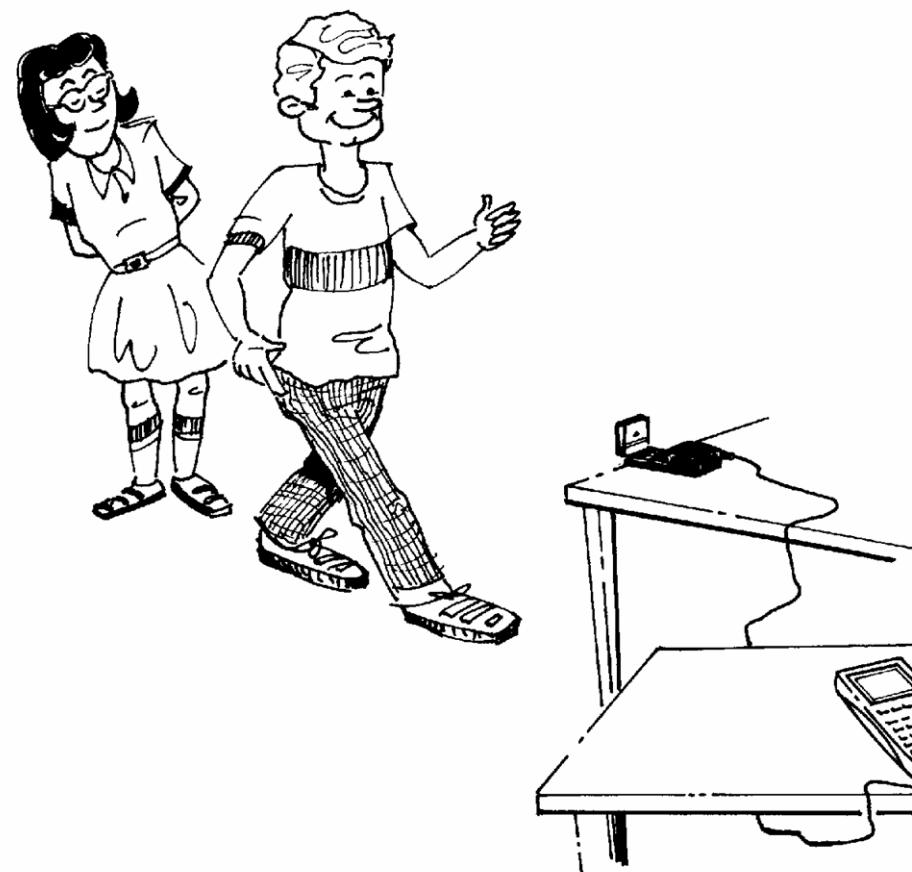
Vergleiche und erkläre die Diagramme.

Welche Form müssten Gefäße haben, die zu folgenden Diagrammen führen?



**Fokus Mathematik
Band 2 Gymnasium
Baden-Württemberg.
Cornelsen 2005**

Eigene Wege ... entsteh'n ja erst beim Geh'n ...

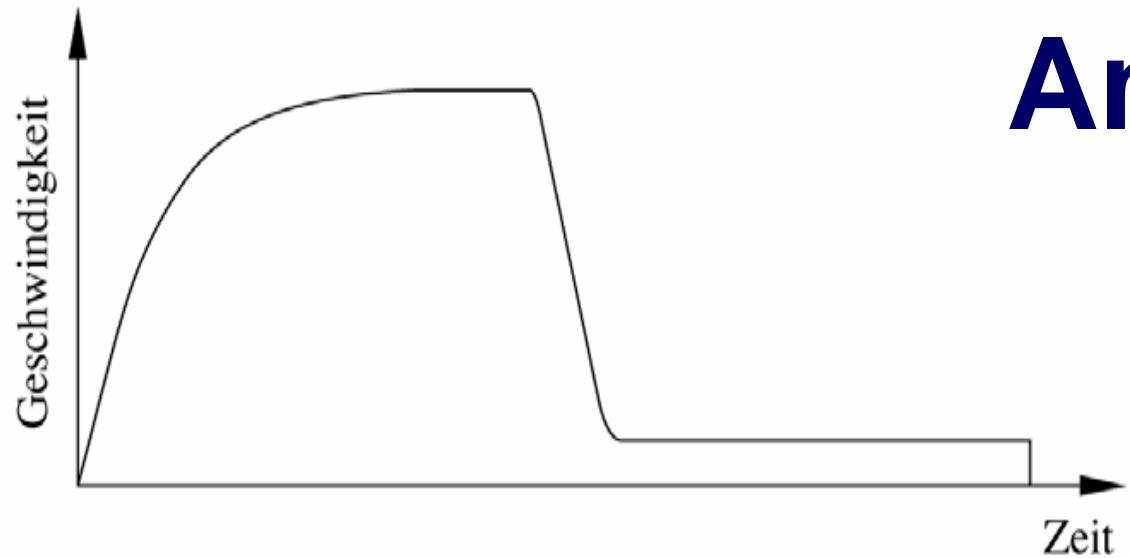


Bärbel Barzel: Ich bin eine Funktion.

*In: Herget/Lehmann (Hg.) :
Neue Materialien für den
Mathematikunterricht.*

*Quadratische Funktionen
in der Sekundarstufe 1
mit dem TI-83/-89/-92.
Schroedel, Hannover 2002.*



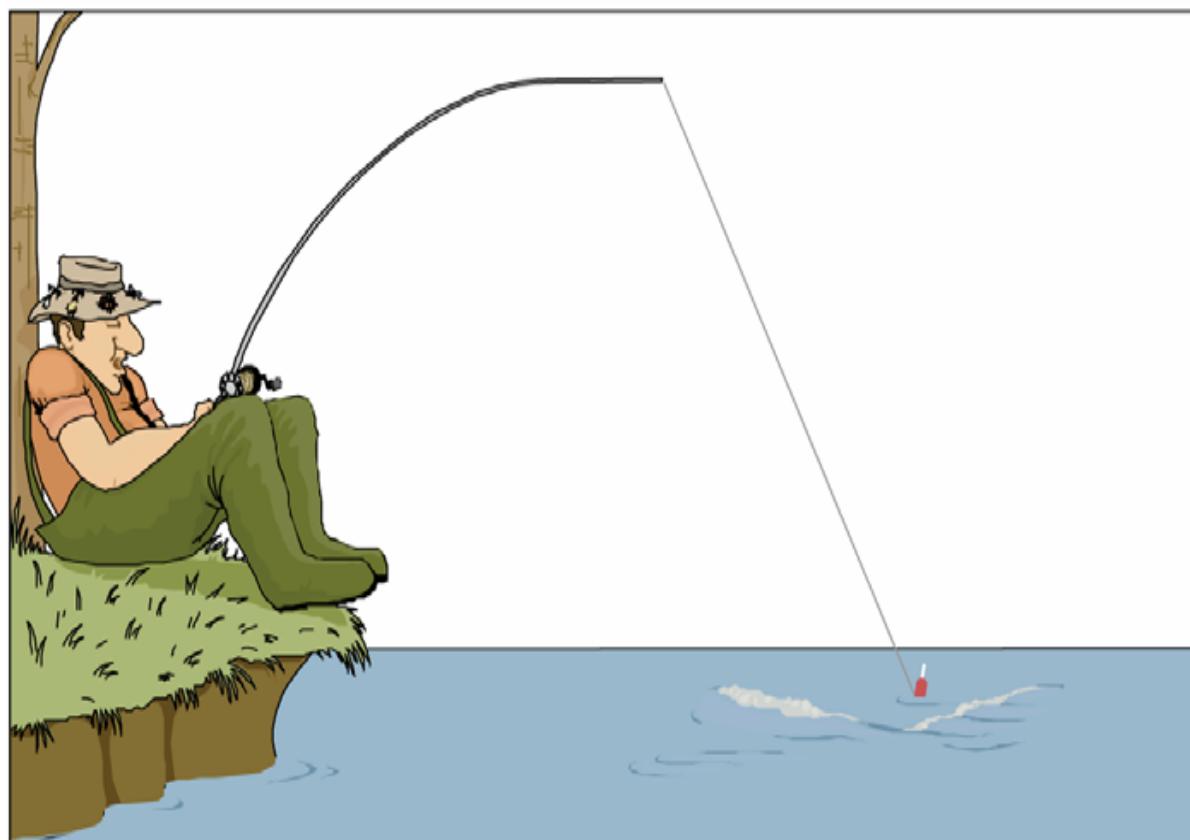


Anglerlatein?

Welche Sportart passt zu diesem Graphen?

Wähle diejenige Antwort, die am besten passt:

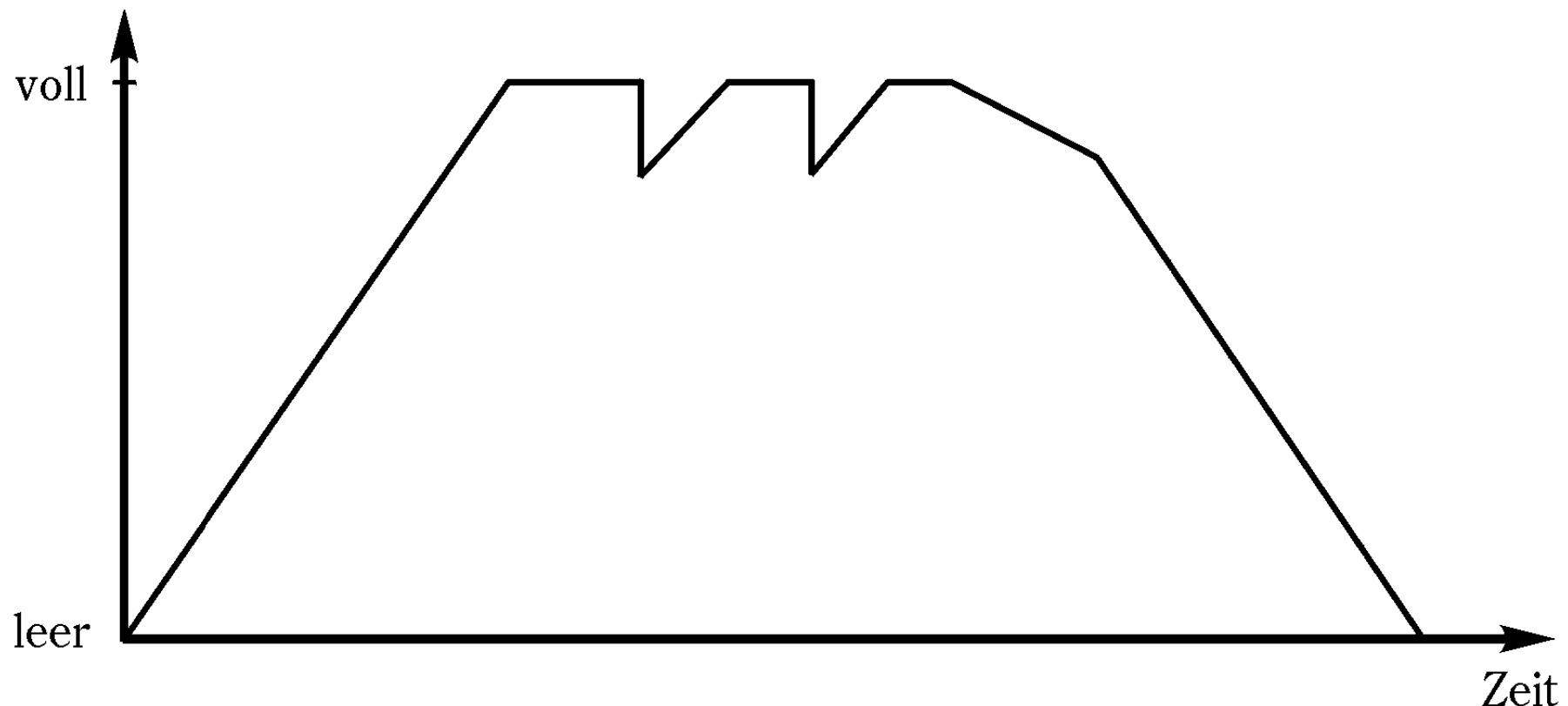
- Angeln**
- Stabhochsprung**
- 100-m-Lauf**
- Fallschirmspringen**
- Golf**
- Speerwerfen**
- Hochsprung**
- Turmspringen**
- Drag Racing (Auto-Beschleunigungsrennen)**
- Wasserski**



*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*

Mathematik Anders Machen

Badewannen-Geschichten ...



Dieser Graph beschreibt den Wasserstand in einer Badewanne.

▷ **Erfinde eine Geschichte dazu!**

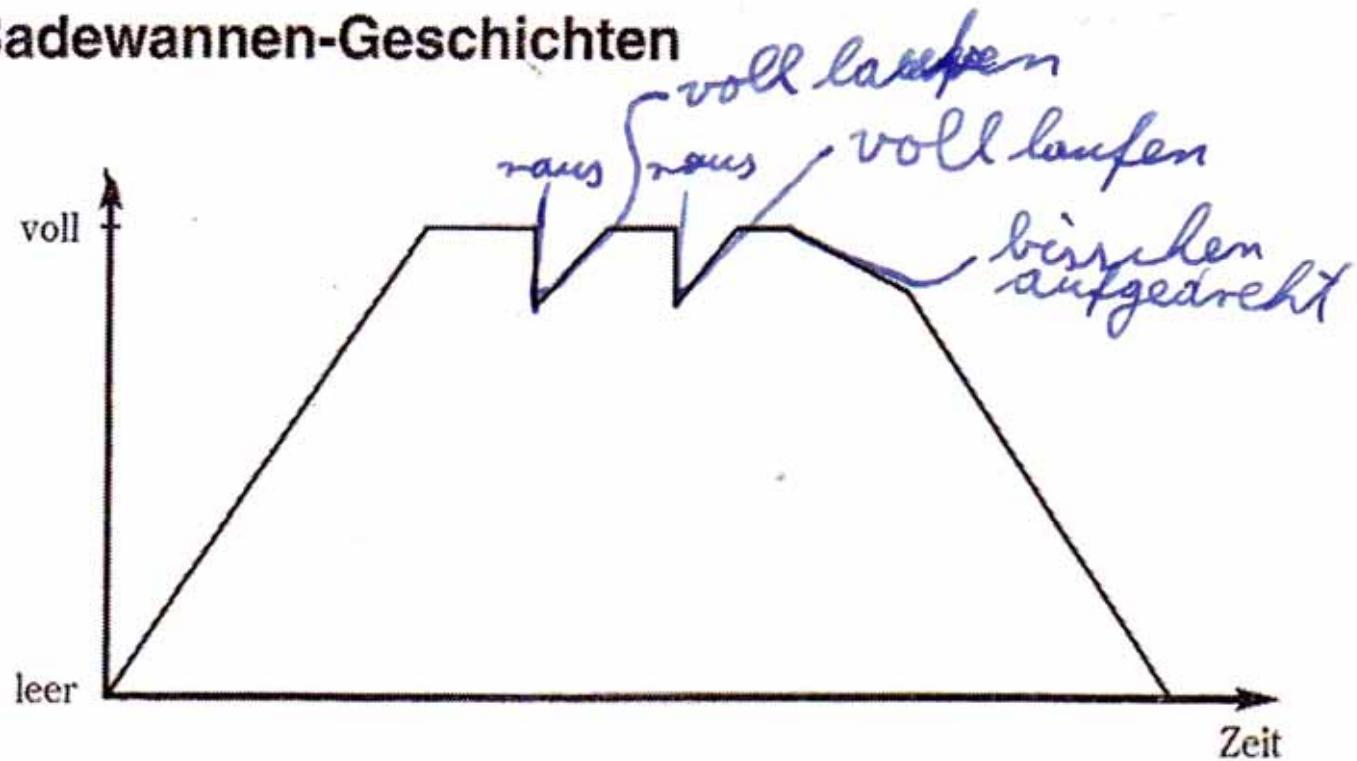
*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*



Badewannen Geschichte 4.S.O.

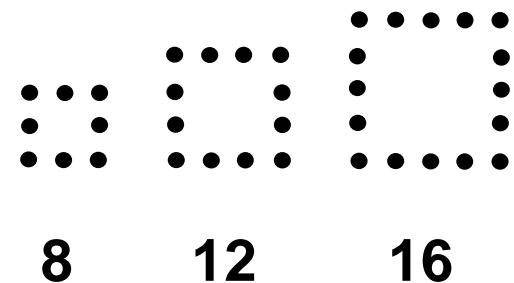
Zwei Kinder setzen sich in die leere Badewanne und lassen sie mit Wasser voll laufen. Dann geht ein Kind aus der Badewanne hinaus und das andere lässt wieder Wasser einlaufen bis die Badewanne voll ist. Kurze Zeit danach bemerkt das Kind, das in der Badewanne ist, dass es raus muss. Es denkt, dass der Vater auch noch in die Badewanne will und lässt sie voll laufen. Doch der Vater hatte keine Zeit. In der Zeit kommt die Mutter und dreht das Abflussrohr ein bisschen auf, dass etwas Wasser hinaus läuft und dann dreht sie es ganz auf.

Badewannen-Geschichten



Der obige Graph beschreibt den Wasserstand in einer Badewanne.

- Erfinde eine Geschichte dazu!



**Wie geht es weiter?
Beschreibe das Muster
allgemein.**

**Die Schülerinnen und
Schüler beschreiben das
allgemeine Muster
unterschiedlich:**

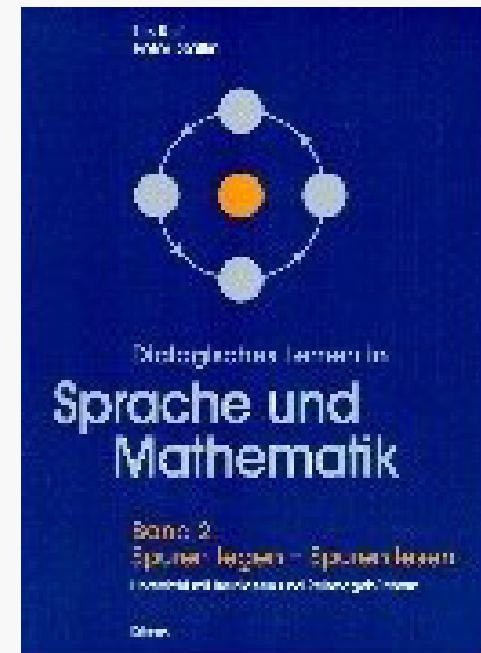
- [A] $8 + 4 \cdot (n - 1)$
- [B] $4 + 4 \cdot n$
- [C] $(n + 2)^2 - n^2$
- [D] $2 \cdot (n + 2) + 2 \cdot n$
- [E] $(n + 1) \cdot 4$

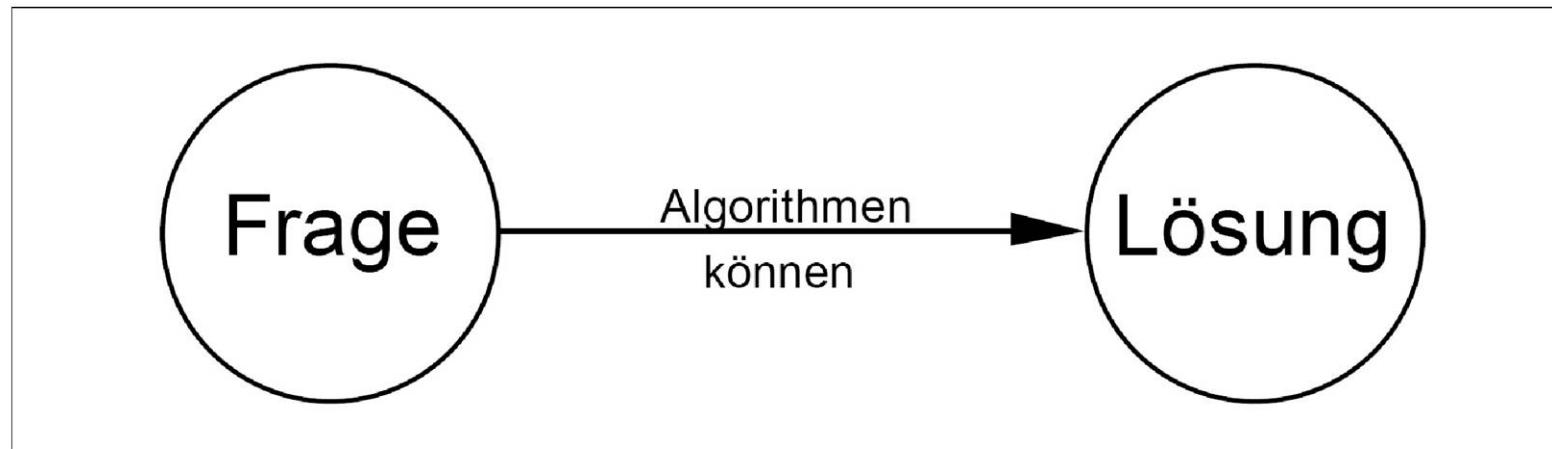
**Welche Vorstellungen und Ideen können sich hinter
diesen Termen jeweils verbergen?**

Gregor Wieland: Terme bauen – mathematik lehren 136 / Juni 2006

Dialogisches Lernen

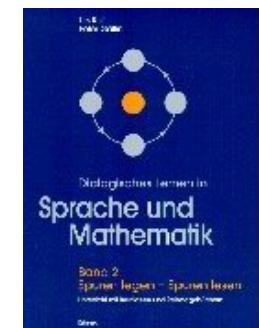
Peter Gallin, Urs Ruf:
**Dialogisches Lernen
in Sprache und Mathematik.**
Kallmeyer 1999



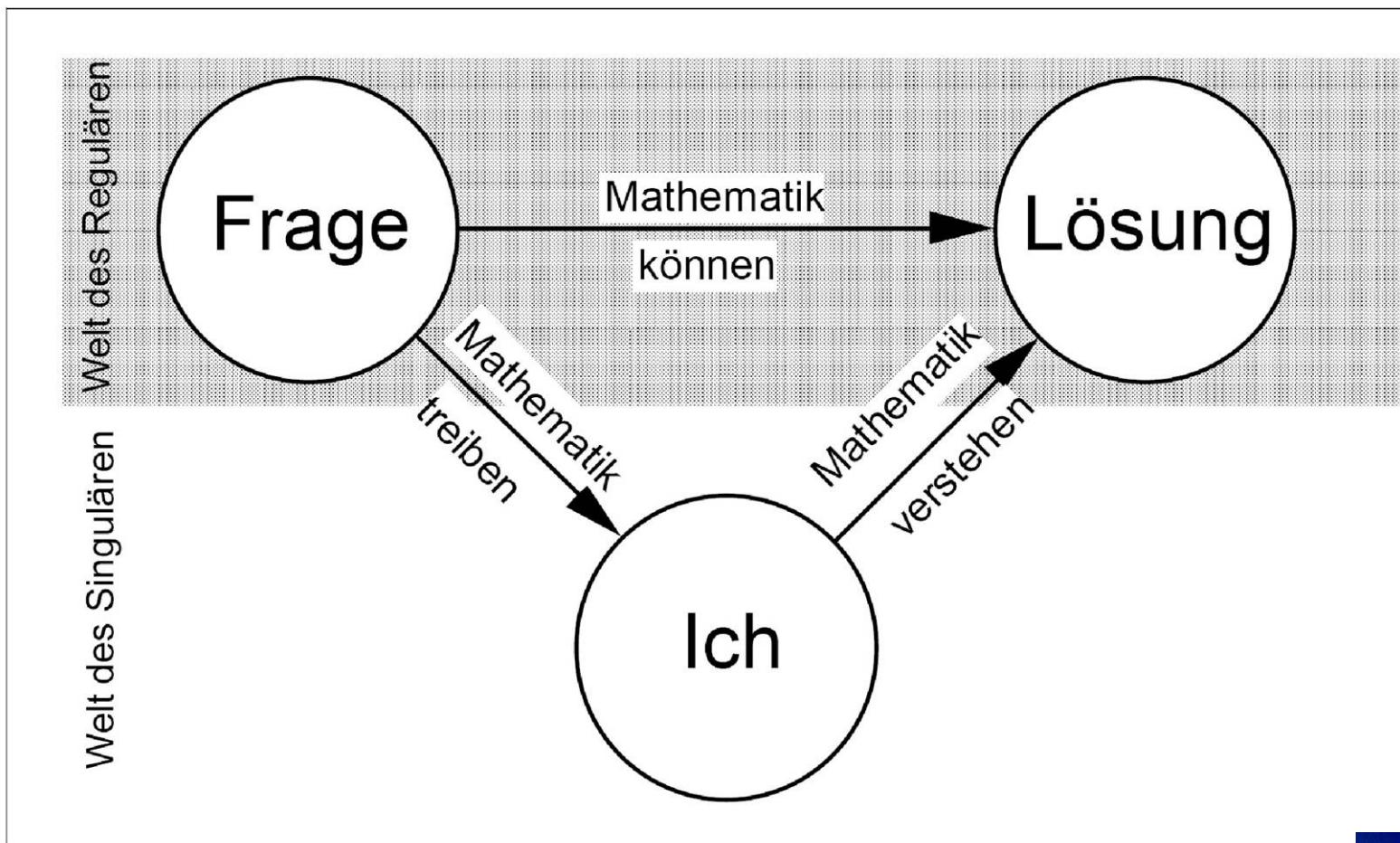


**Gallin/Ruf: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik.
Kallmeyer 1999**

Wilfried Herget

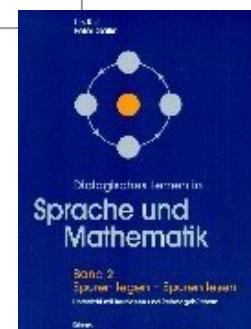


Mathematik Anders Machen

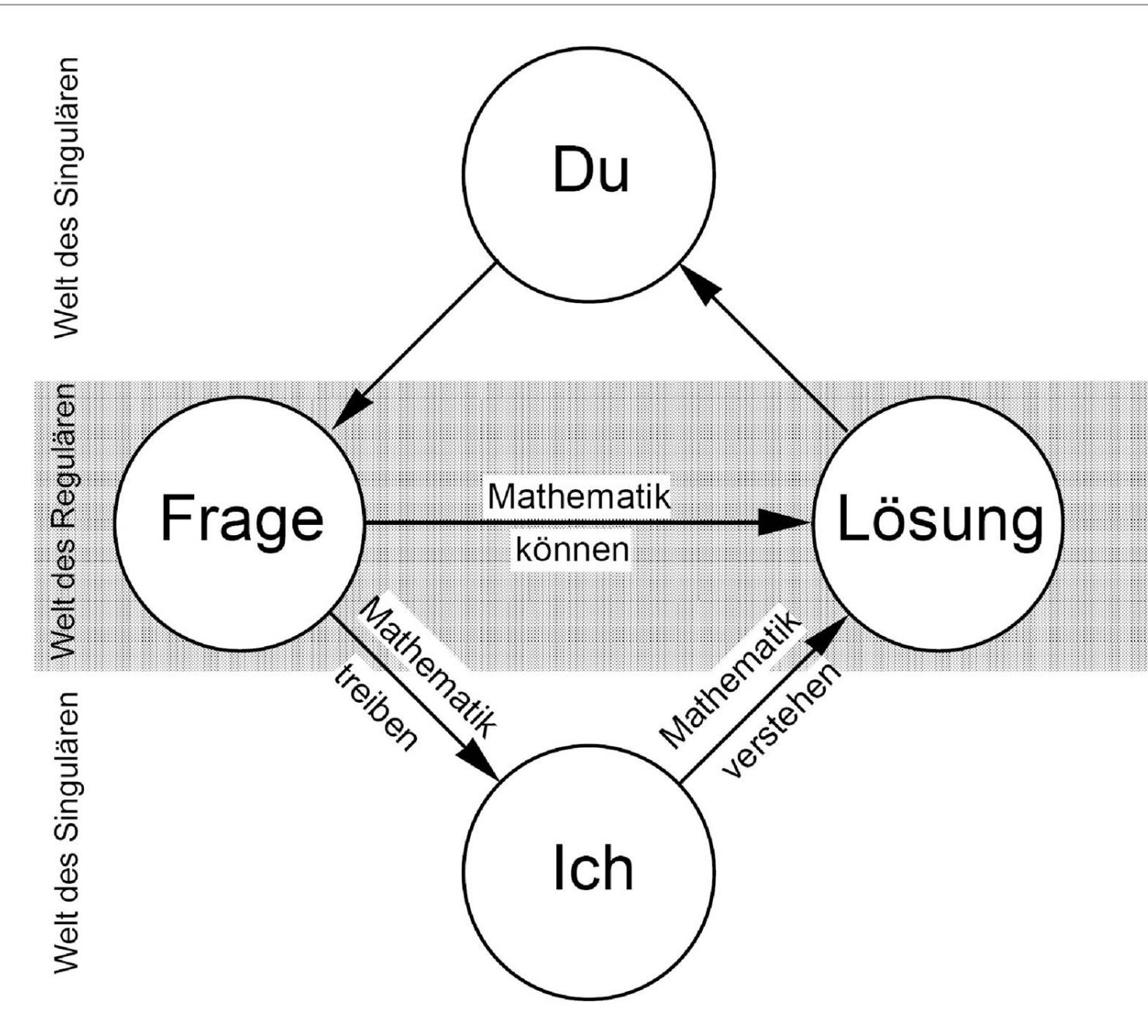


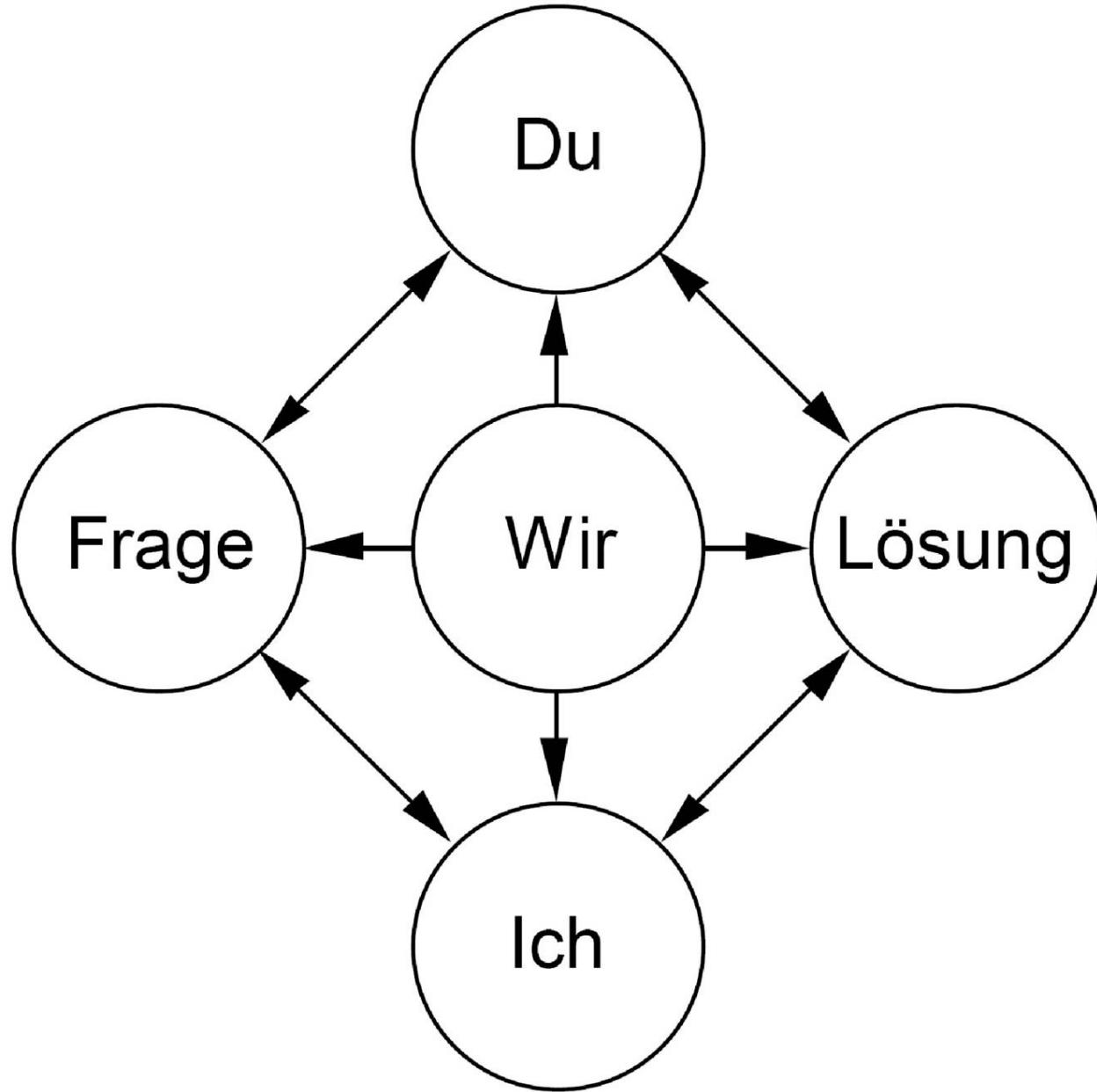
**Gallin/Ruf: Dialogisches Lernen in Sprache und Mathematik.
Kallmeyer 1999**

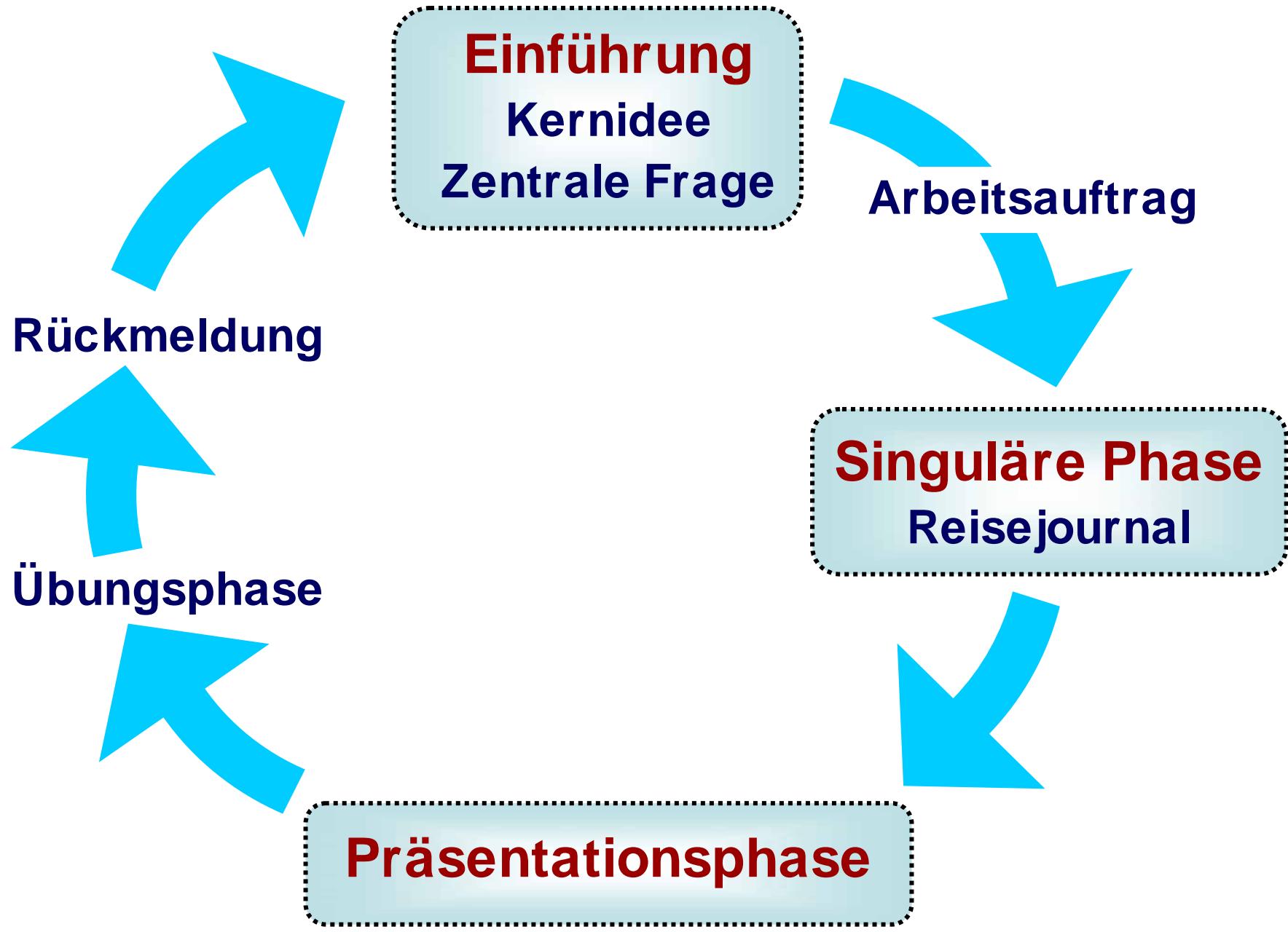
Wilfried Herget



Mathematik Anders Machen



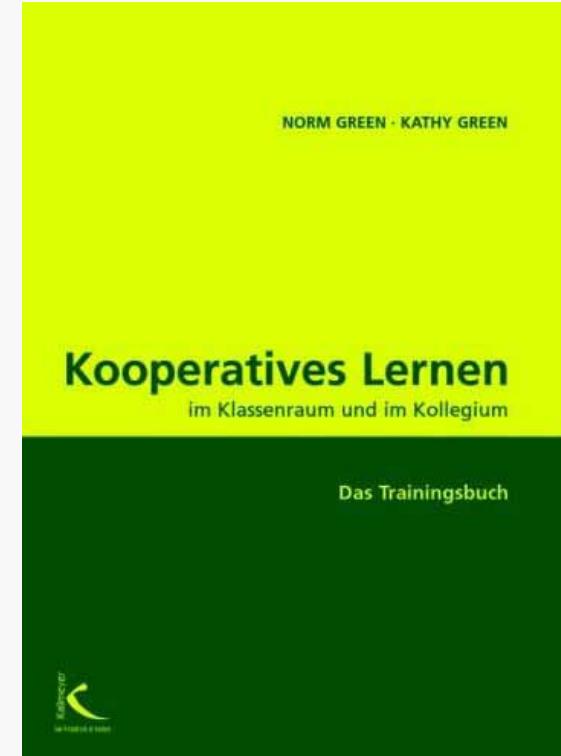




Kooperatives Lernen



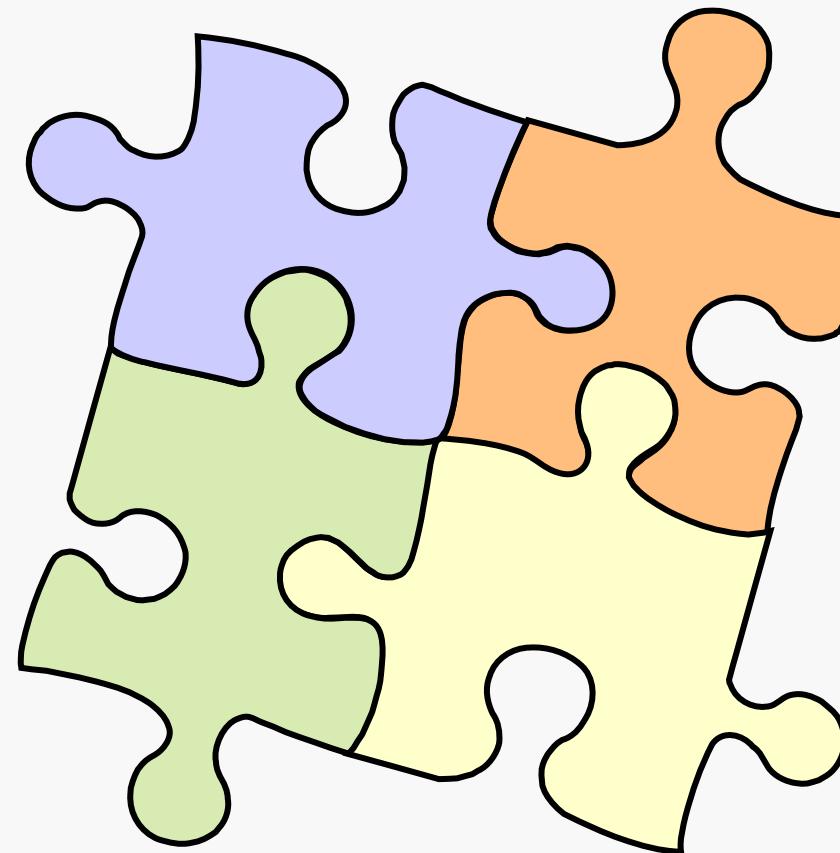
Norm Green, Kathy Green:
Kooperatives Lernen
im Klassenraum
und im Kollegium.
Das Trainingsbuch.
Kallmeyer 2005



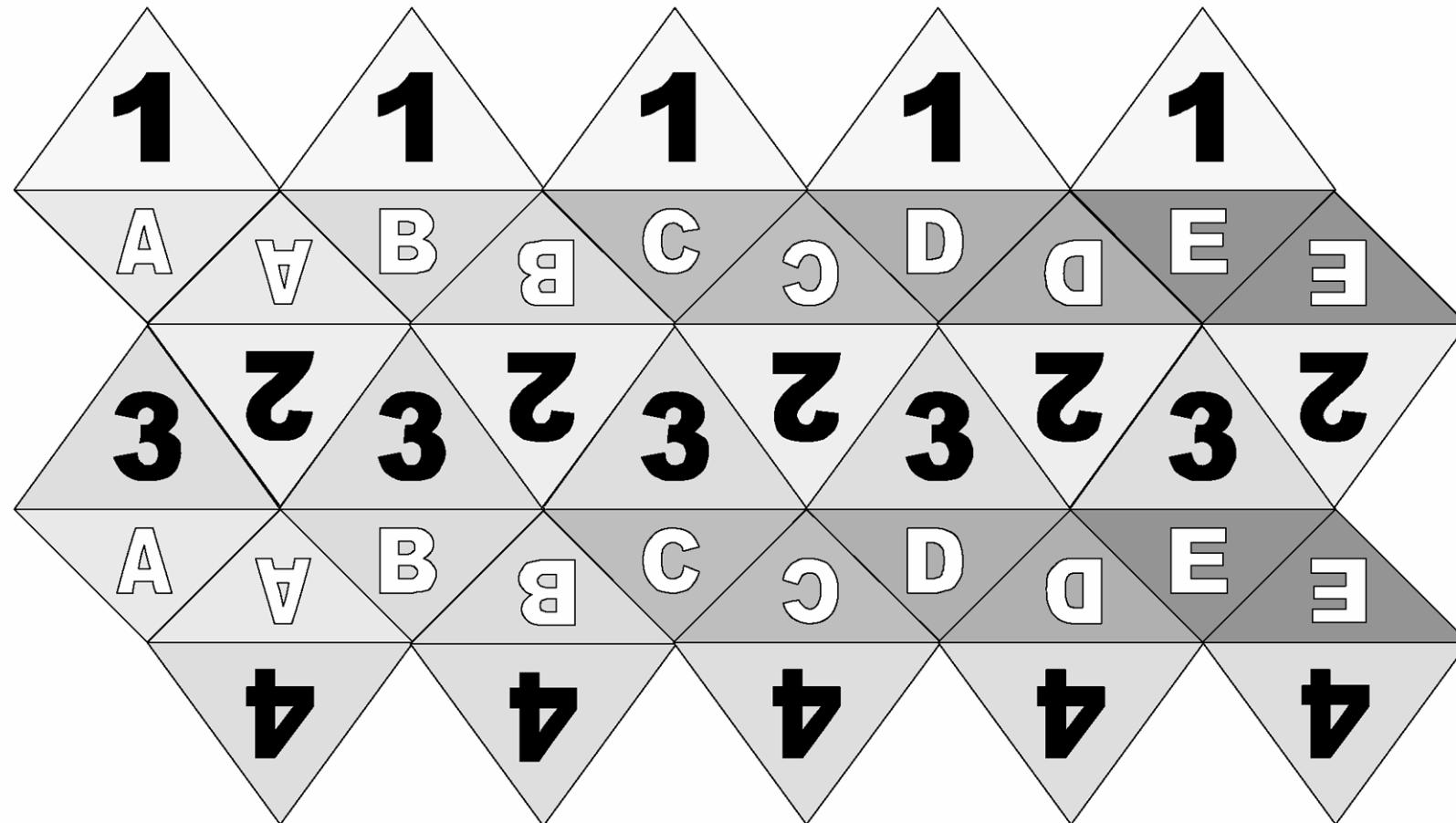
- **Kooperative Lerngruppen**
 - positive Abhängigkeit
 - individuelle Verantwortlichkeit
 - heterogene Zusammensetzung der Gruppe
erwünscht bzw. verstärkt
 - geteilte Führung
 - Betonung von Aufgaben und Beziehungen
 - direkte Vermittlung von Sozialkompetenzen
 - Lehrer beobachtet die Gruppen und interveniert
 - Evaluation / Prozess-Reflexion durch die Gruppe
- **Traditionelle Lerngruppen**
 - keine positive Abhängigkeit
 - keine individuelle Verantwortlichkeit
 - homogene Zusammensetzung
 - ein ausgewählter Führer
 - Betonung von Aufgaben
 - Sozialkompetenz wird vorausgesetzt oder ignoriert
 - Lehrer ignoriert die Gruppe
 - keine Evaluation / Prozess-Reflexion durch die Gruppe

www.kooperatives-lernen.de

Gruppenpuzzle



Gruppenpuzzle-Steine



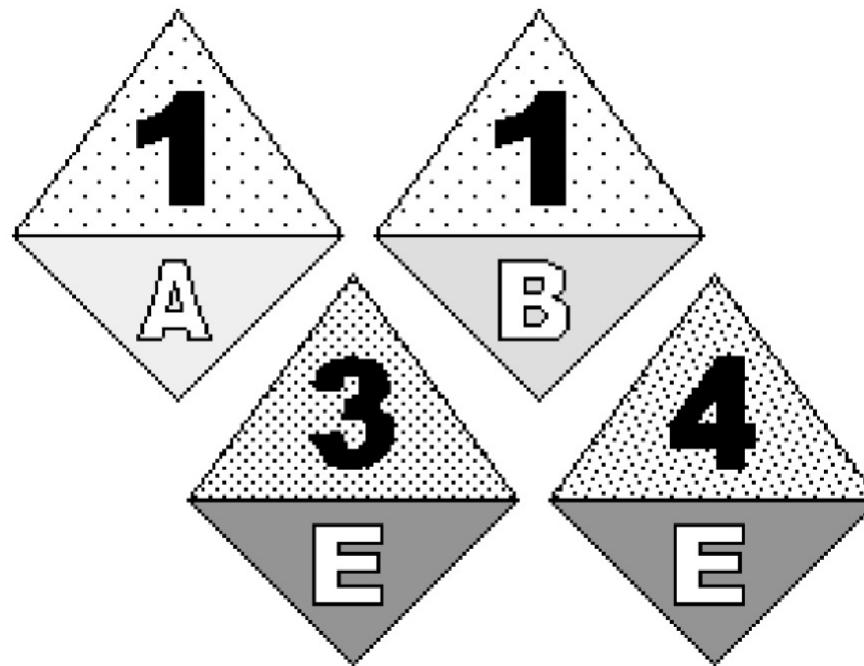
Timo Leuders

Mathematik Anders Machen

Wilfried Herget

Deutsche Telekom
Stiftung 

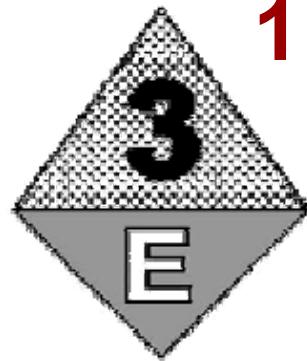
Gruppenpuzzle-Steine



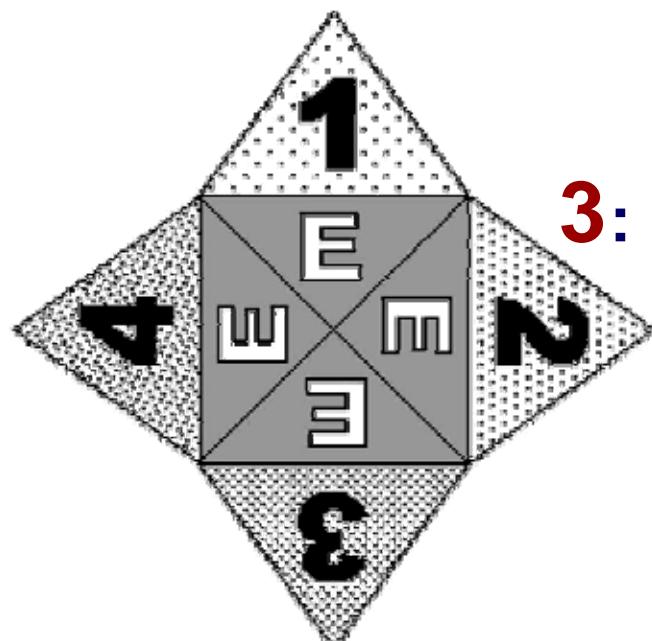
Timo Leuders

Mathematik Anders Machen

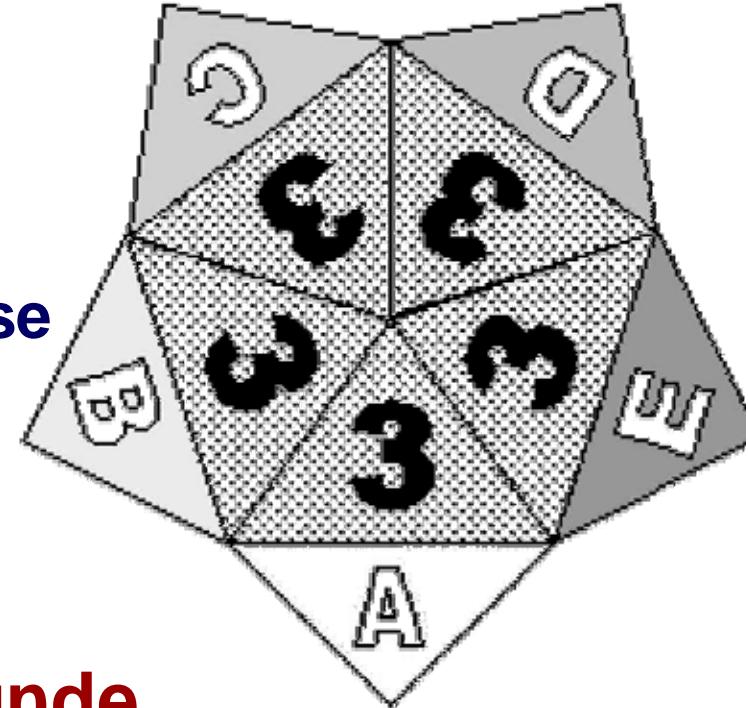
Deutsche Telekom Stiftung 



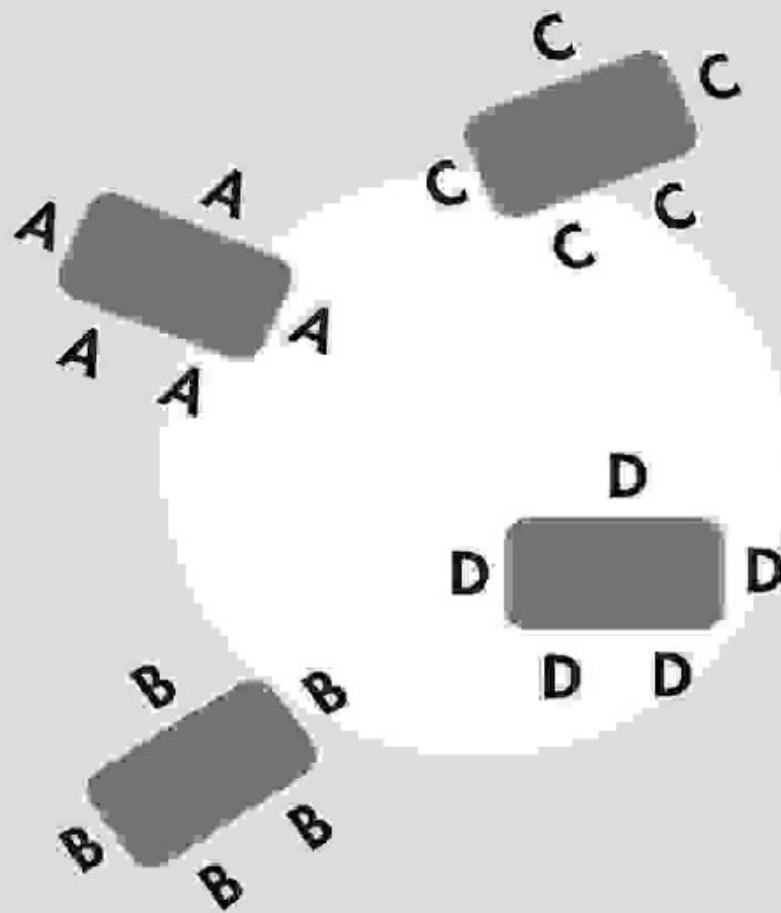
1: Individuelles Lernen
jede(r) arbeitet an seinem Thema



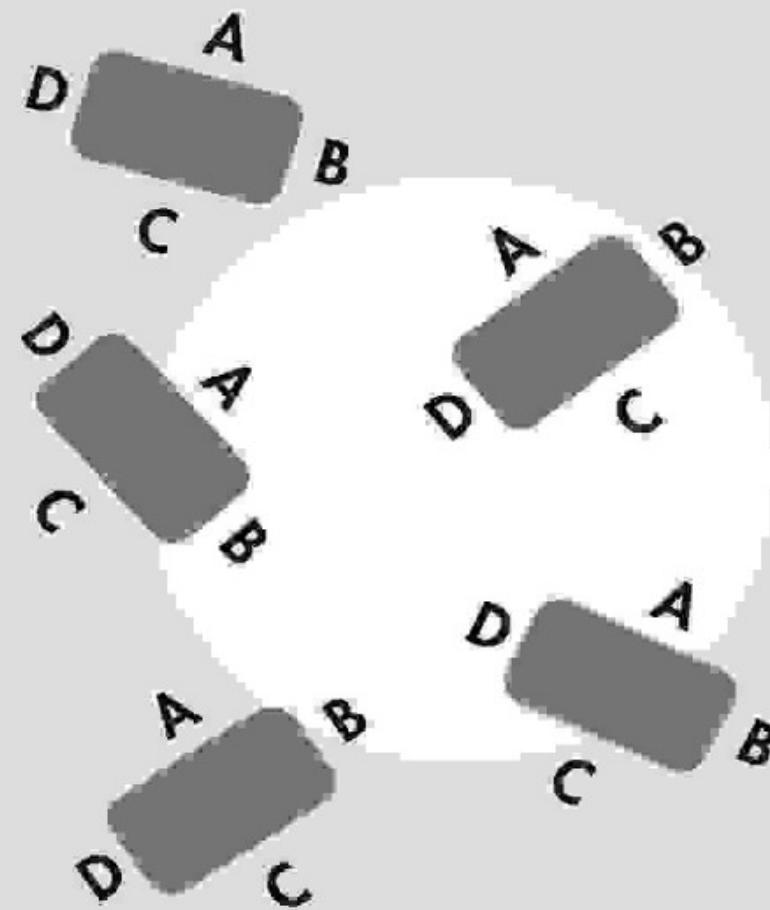
3: Unterrichtsrunde
neue Gruppen,
jede(r) erklärt sein Thema den anderen



Expertenrunde



Unterrichtsrunde

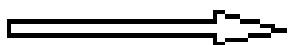


Timo Leuders

Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom Stiftung 

Thema



A

B

C

Teilthemen

1 2 3

1, 4, 7

3 2 1

4 5 6

2, 5, 8

6 5 4

7 8 9

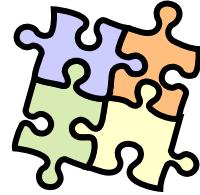
3, 6, 9

9 8 7

Stammgruppen

Expertengruppen

Stammgruppen



Gruppenpuzzle – Vorteile

- **Selbstständiges Lernen**
und zugleich Unterstützung durch die Expertengruppe
- **Teamarbeit**
und zugleich ist jede(r) Einzelne gefragt
- **Präsentation**
und zugleich ist der Kreis, vor dem präsentiert wird, überschaubar

Gruppenpuzzle – Wirkungen

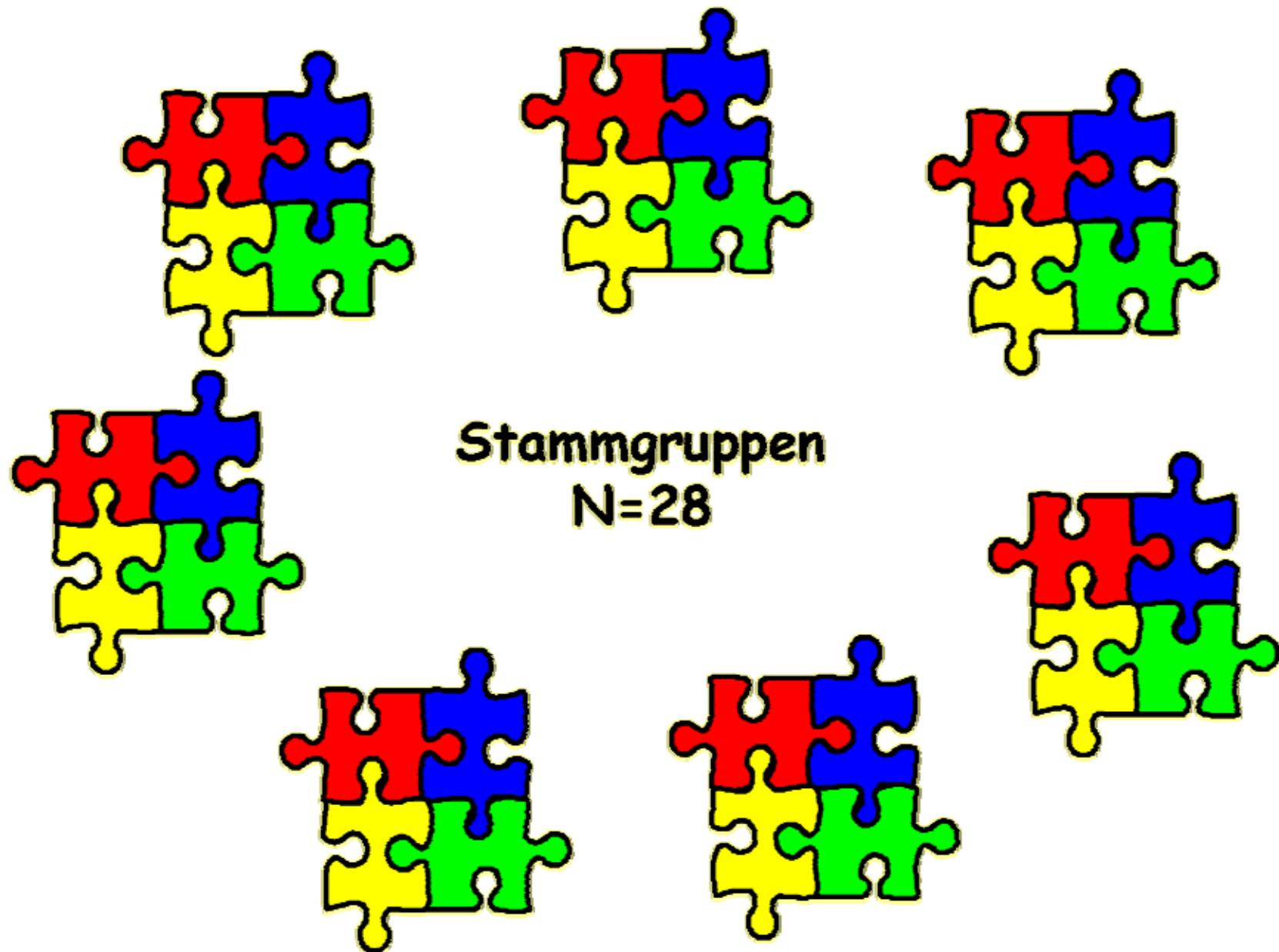
- **Sich auf das Erklären vorbereiten**
tiefere Verarbeitung der Inhalte
- **Erklärungen geben**
bessere Organisation des Wissens,
Erkennen von Verständnislücken
- **Rückfragen beantworten**
zusätzliche Anregung zum Überdenken
und Reorganisieren des Gelernten

Gruppenpuzzle – Wirkungen

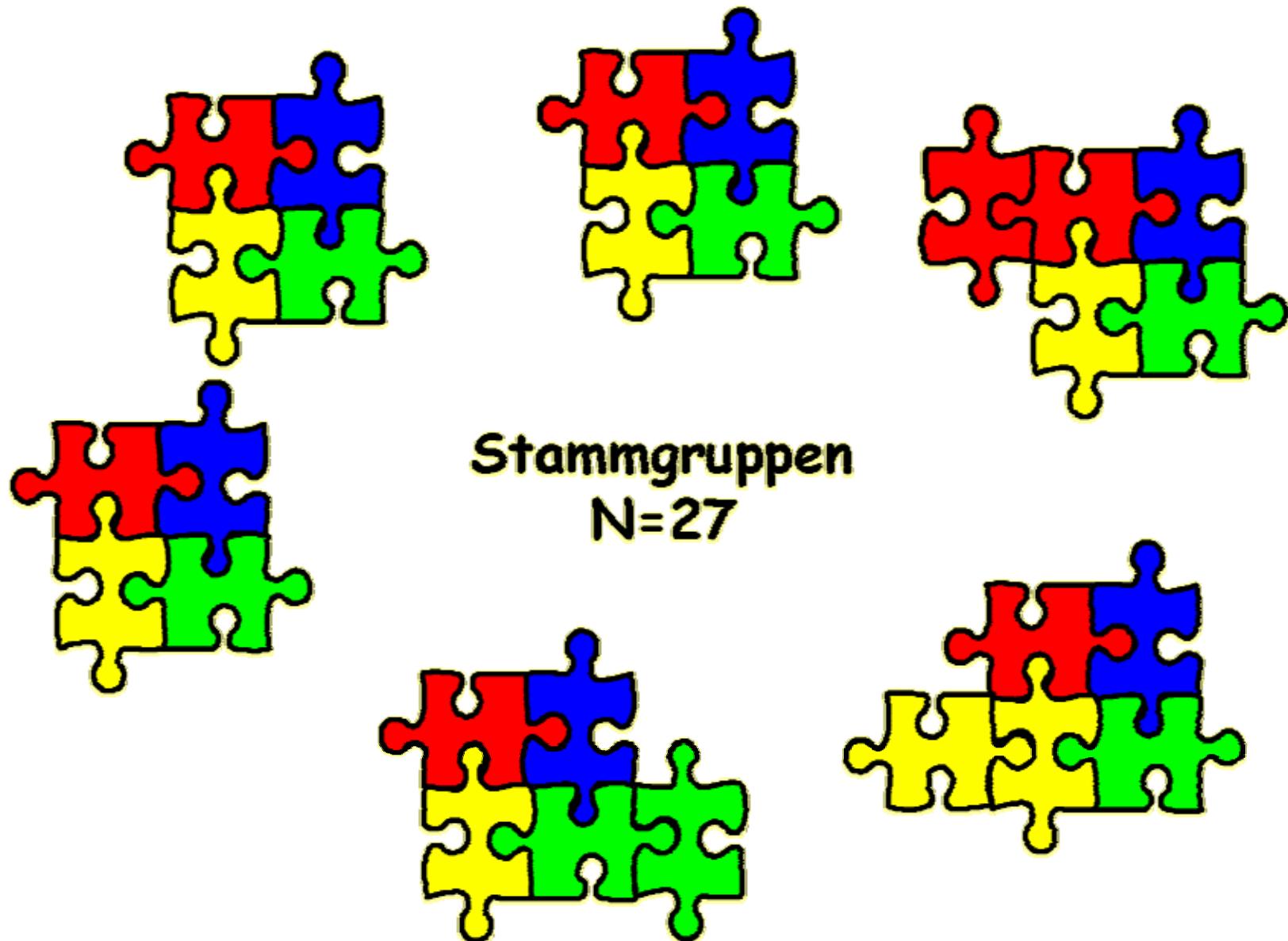
- **Stärkung des Selbstvertrauens:
Jede(r) ist Experte**

„Das Gruppenpuzzle ist die einzige Unterrichtsmethode, die uns in den letzten 30 Jahren begegnet ist, welche nachweislich das Selbstvertrauen der Lernenden stärkt.“
(Frey-Eiling & Frey)

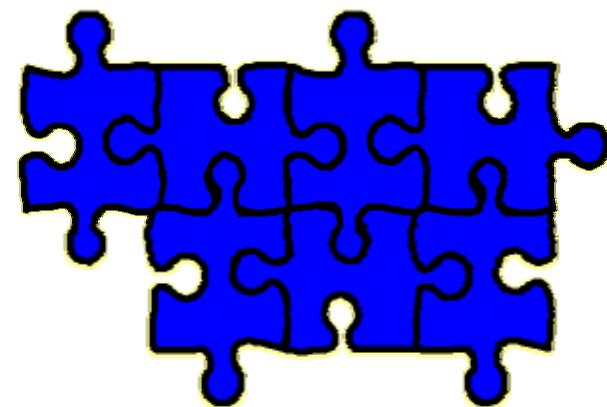
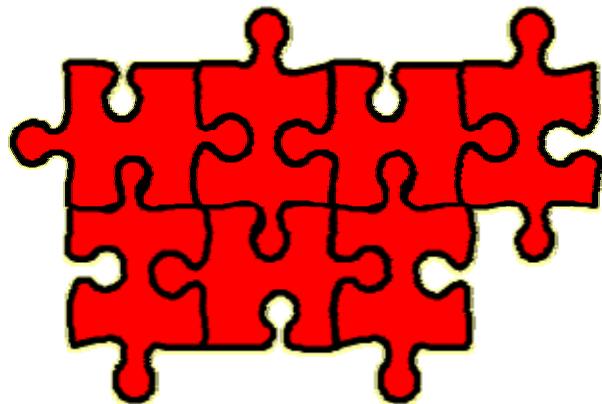
- **Motivation und Kompetenzerleben höher als in traditionellem Unterricht, besonders bei Leistungsschwachen**
- **Lernerfolg vergleichbar mit traditionellem Unterricht (bei gleicher Unterrichtszeit!)**



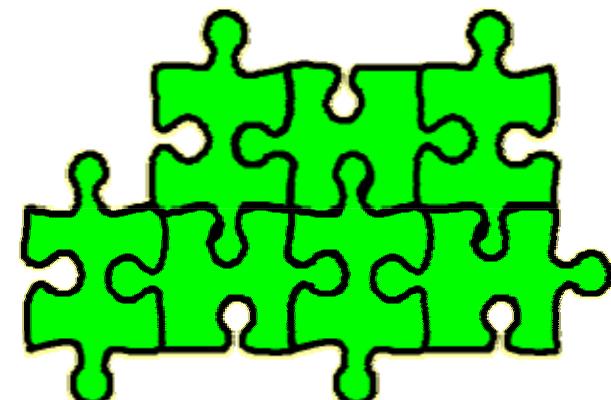
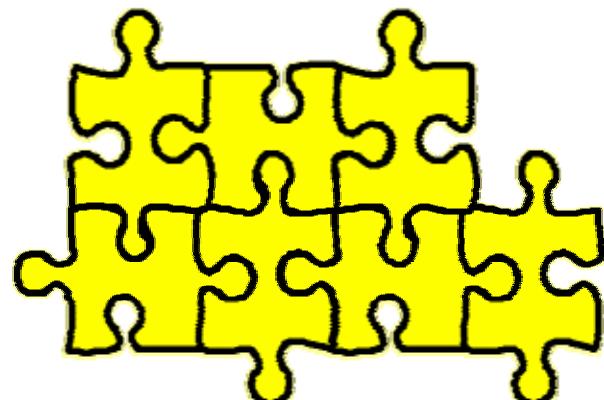
**Stammgruppen
N=28**

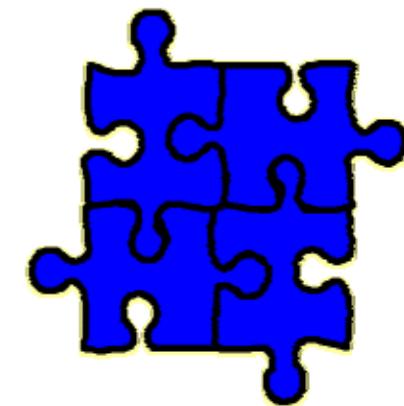
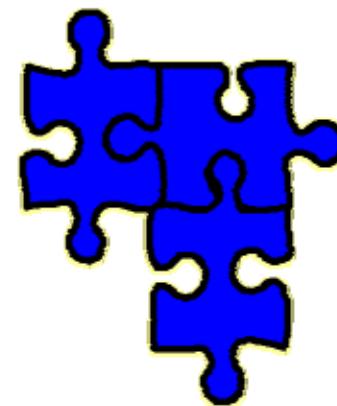
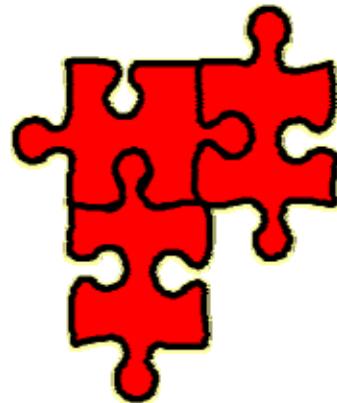
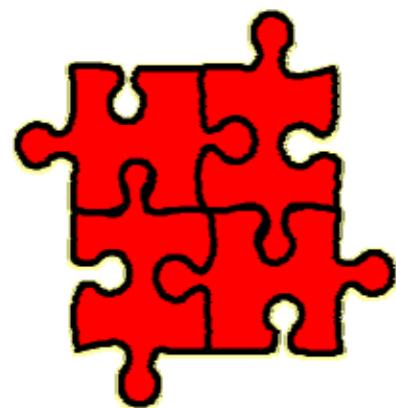


Stammgruppen
N=27

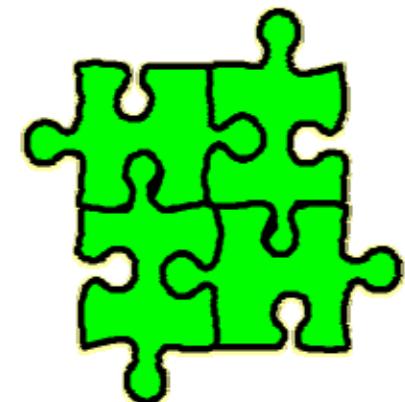
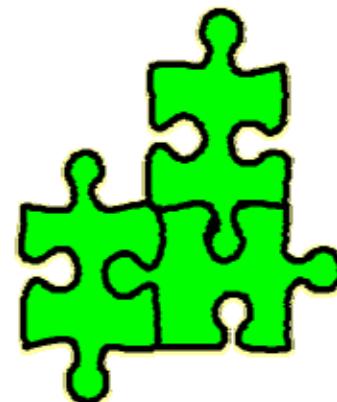
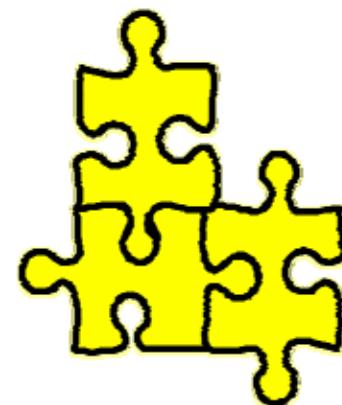
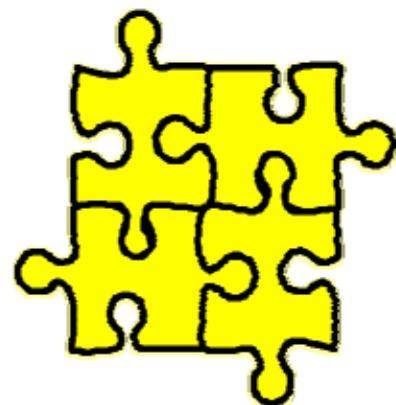


Expertengruppen





Expertengruppen



1. Schritt:
Auflösen des Klassenverbands oder
der Kurse einer Jahrgangsstufe

2. Schritt:
Bildung von 3 verschiedenen
Lerninseln.



A/B/C

D/E/F

G/H/I

3. Schritt:
Bildung von 3 gleich großen
Lerngruppen



Lerngruppe 1

Lerngruppe 2

Lerngruppe 3

4. Schritt:
Festlegung der Zyklusstruktur



A/B/C

D/E/F

G/H/I

D/E/F

G/H/I

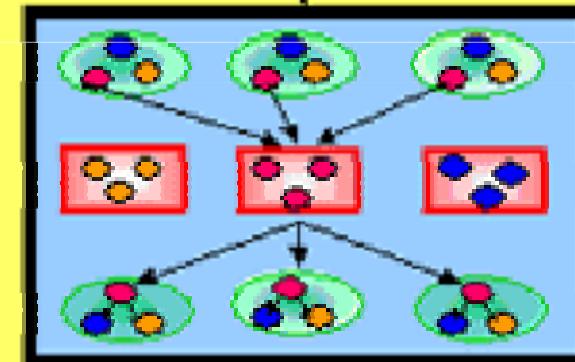
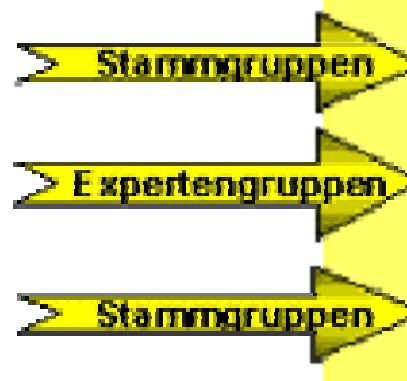
A/B/C

G/H/I

A/B/C

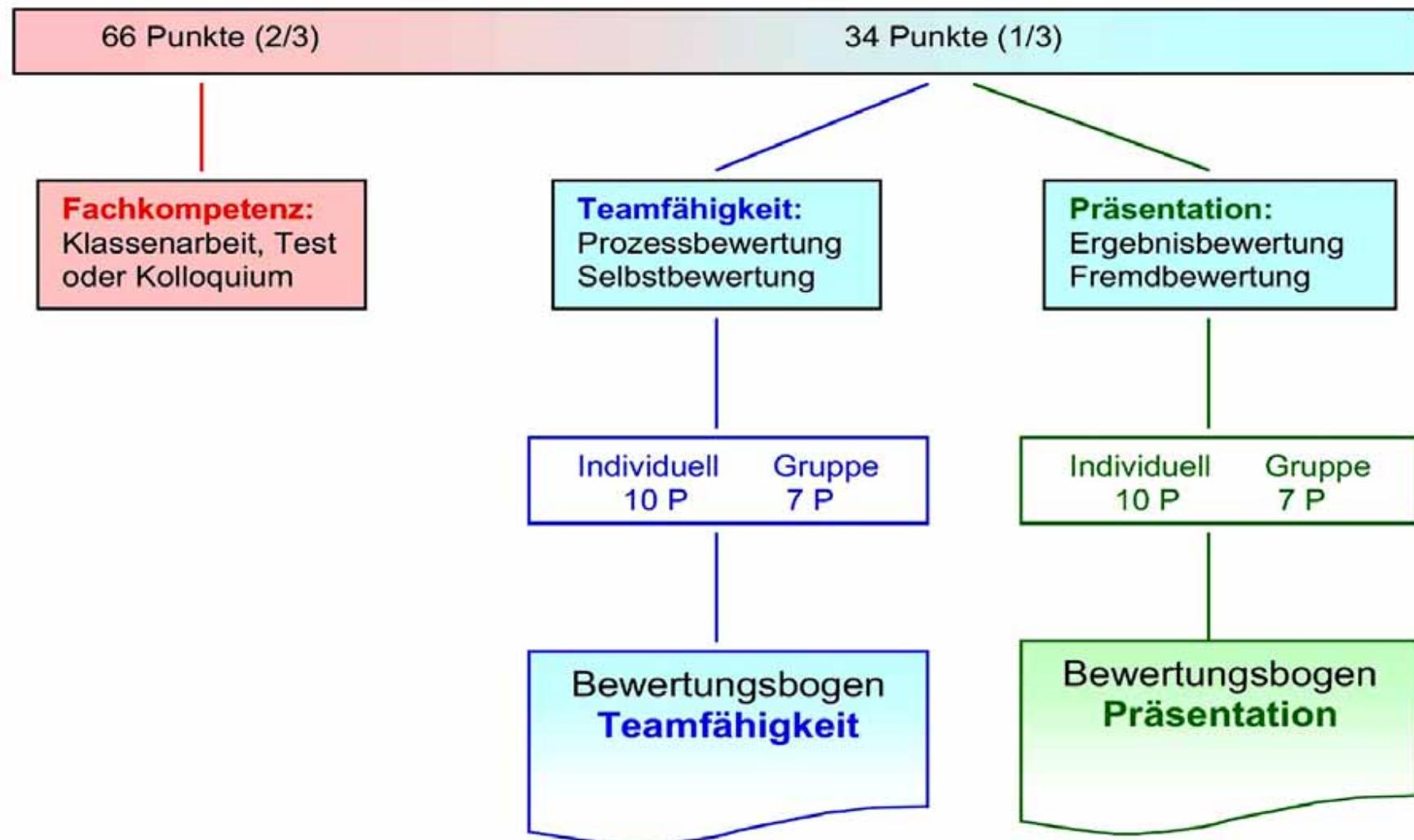
D/E/F

5. Schritt:
Organisation des Gruppen-
puzzles in den Lerninseln



sinus-transfer.uni-bayreuth.de

Bewertung: Fachwissen plus ...



sol-mlf.lehrerfortbildung-bw.de

Lernmethoden-Kompetenzen

- **Strukturieren**
- **Recherchieren**
- **Kooperieren**
- **Produzieren**
- **Präsentieren**

Was wollen wir wie bearbeiten?
Ich mache mich schlau.
Wir arbeiten gemeinsam.
Ich stelle was her.
Ich erkläre euch das.

Lernmethoden-Kompetenzen

- **Strukturieren**

Am Ende einer Unterrichtseinheit erstellen die Schülerinnen und Schüler eine *Mindmap*, die die Sätze und Anwendungen gliedert und vernetzt.

- **Recherchieren**

Im Internet, in digitalen und klassischen Bibliotheken

Lernmethoden-Kompetenzen

- **Kooperieren**

In Arbeitsgruppen oder Partnerarbeit arbeiten die Schülerinnen und Schüler gemeinsam.

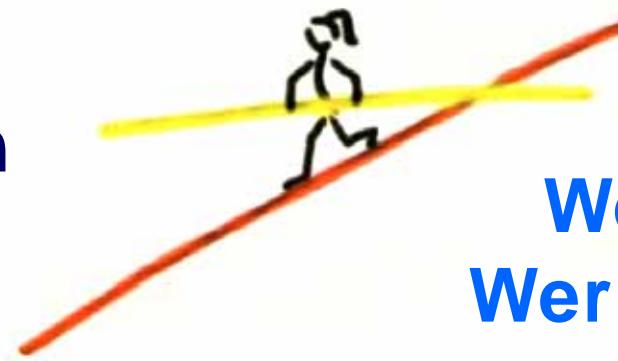
- **Produzieren**

Es werden Lernplakate oder Webseiten erstellt.

- **Präsentieren**

Die Produkte der Arbeitsgruppen werden der Klasse vorgestellt und diskutiert.

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

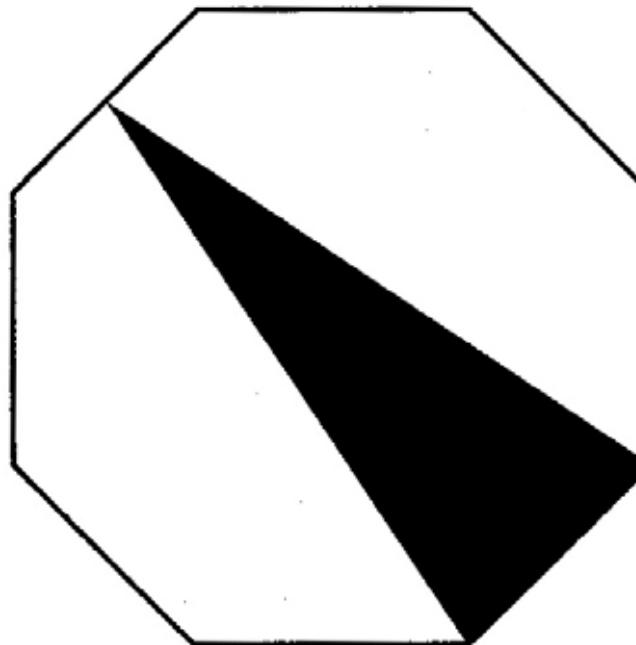
Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

4

Welcher Bruchteil dieser Figur
ist schwarz gefärbt?



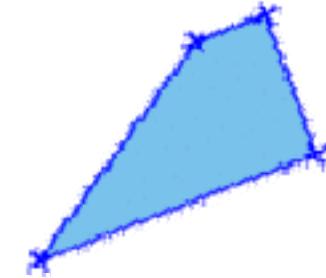
© 1996 Schroedel Schulbuchverlag GmbH



Rüdiger Vernay – MatheMix 5/6 – Schroedel 1996

Spezielle Vierecke

1. Zeichne möglichst verschiedenartige Vierecke, bei denen zwei der vier Seiten zueinander parallel sind.
2. Erfinde einen Namen für solche Vierecke.
3. Bestimme den Flächeninhalt deiner Vierecke.
4. Entwickle eine allgemeine Methode, wie sich der Flächeninhalt solcher Vierecke möglichst einfach berechnen lässt. Notiere deine Überlegungen in dein Heft.
5. Erkläre deine Überlegungen deinem Nachbarn. Diskutiert gemeinsam über eure Ergebnisse und arbeitet sie zu einer gemeinsamen Lösung aus.
6. Stellt eure Überlegungen euren Mitschülern vor.



*Ulm, Volker: Mathematikunterricht für individuelle Lernwege öffnen.
Kallmeyer 2004*

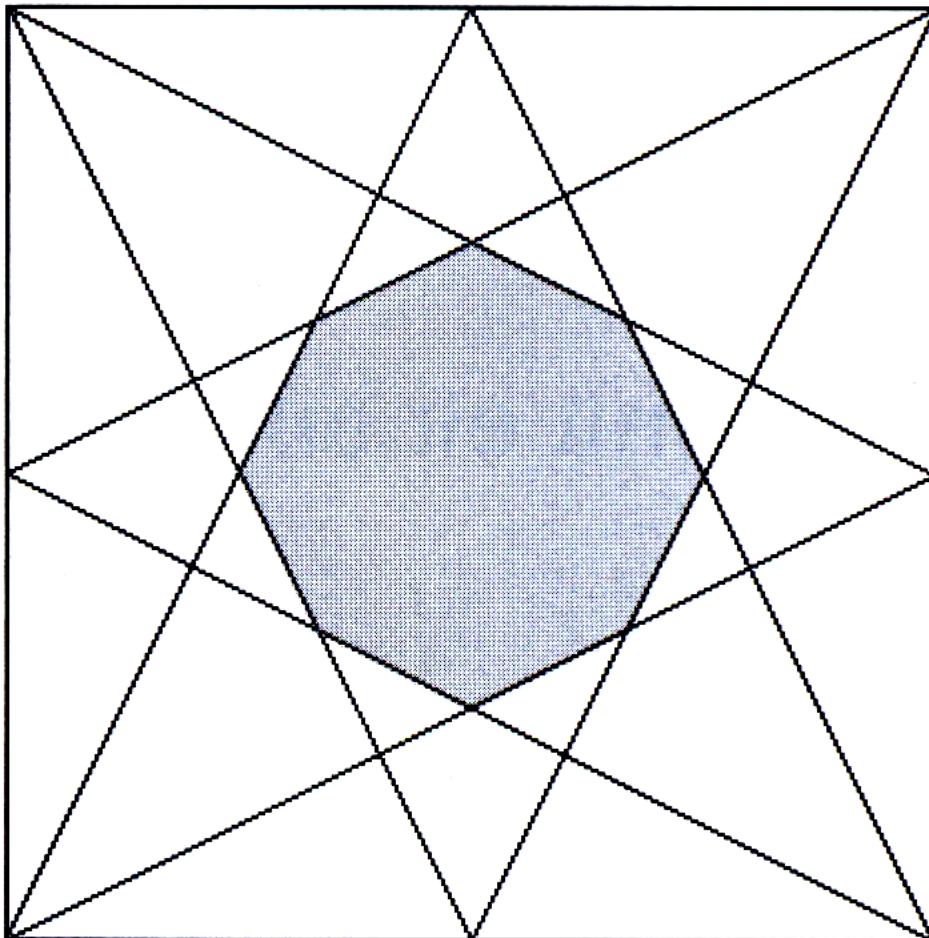


Dresdner Bank

Die Beraterbank



mathematik lehren 131 / August 2005 – Idee: Robert Mades



**Welcher Bruchteil
der Vierecksfläche
ist grau gefärbt?**

mathematik lehren 139 / Dezember 2006 – Bärbel Barzel



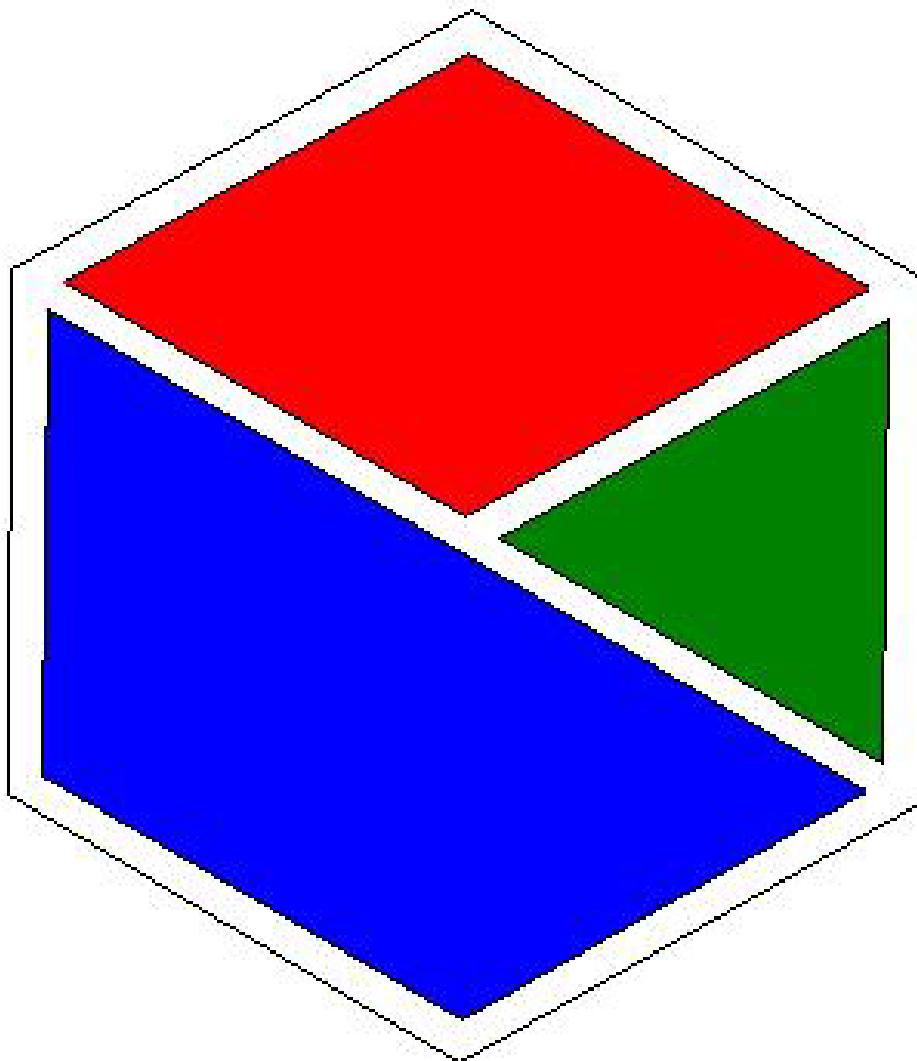
Guyana

Idee: Michael Marxer



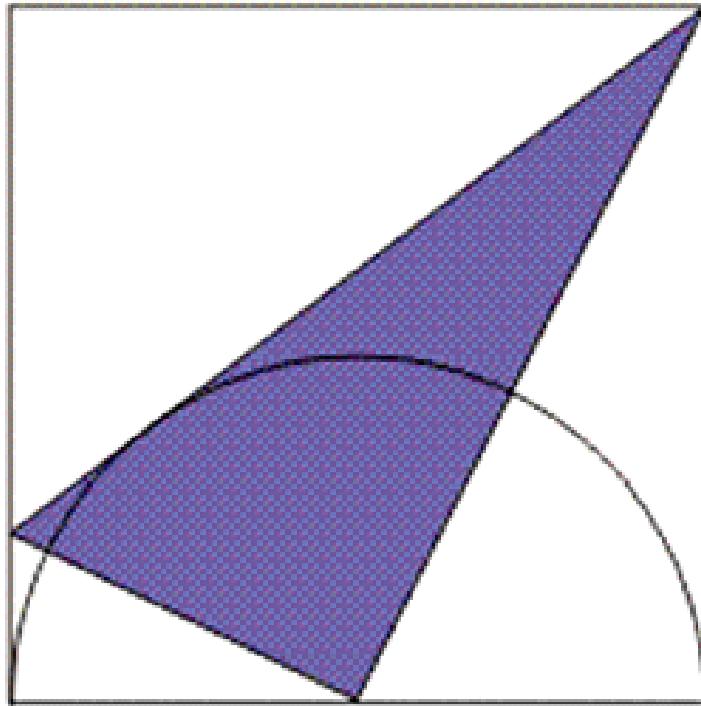
Wilfried Herget

Mathematik Anders Machen



LOTTO NRW

Ilona Gabriel – www.sinus.nrw.de

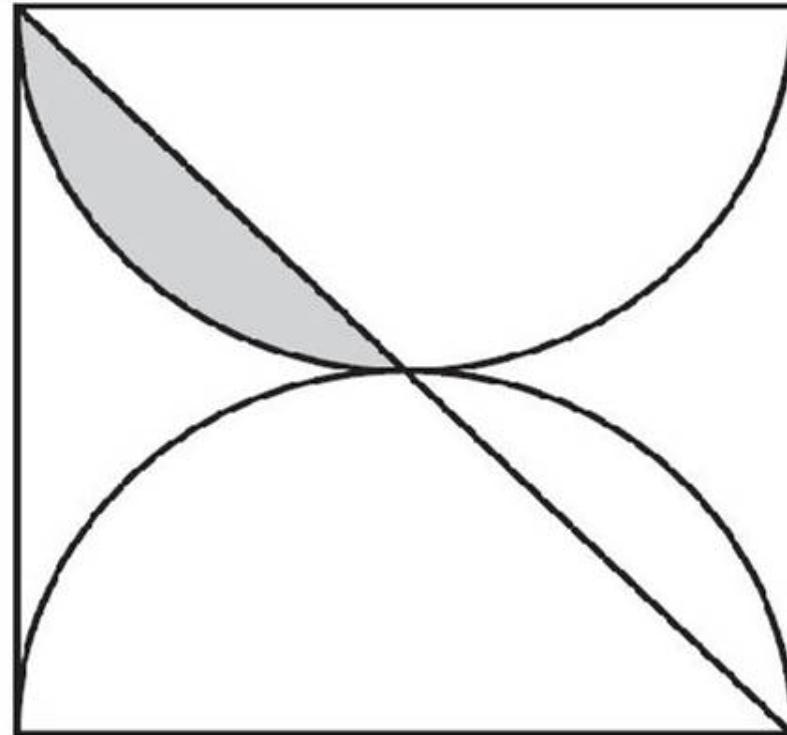


**Schätze zuerst und
berechne dann die
Dreiecksfläche MCE
im Einheitsquadrat
ABCD.**

mathematik lehren 142 / Juni 2007 – Idee: Albert A. Gächter

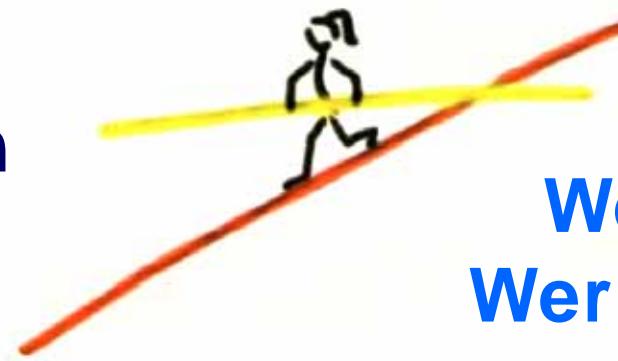
In das Quadrat mit der Seitenlänge a sind zwei Halbkreise und eine Diagonale eingezeichnet.

Berechne den Inhalt der grauen Fläche.



*Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:
Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sek. I:
Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen,
Fortbildungsideen.
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006, S. 40*

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



**Der linke
Luftballon ist
größer – klar.**

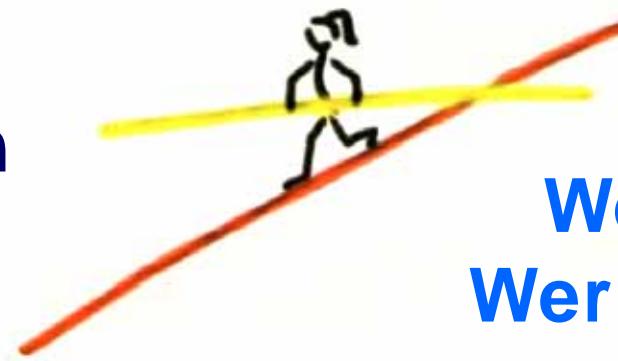
**Aber
wie viel größer?**

**Staunen ist, wie wir seit Aristoteles wissen,
nicht das Ende, sondern der Anfang vieler
tieferreichender Bemühungen.**

Hans Schupp

*Hans Schupp:
Allgemeinbildender Stochastikunterricht.
In: Stochastik in der Schule 24 (2004) 3, 4–13*

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

Aus der *Norderneyer Badezeitung*: „Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute ‚nur noch‘ jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen.“

Herget, W. / Scholz, D.:
Die etwas andere Aufgabe –
Mathematikaufgaben Sek I aus der Zeitung.
Kallmeyer 1998

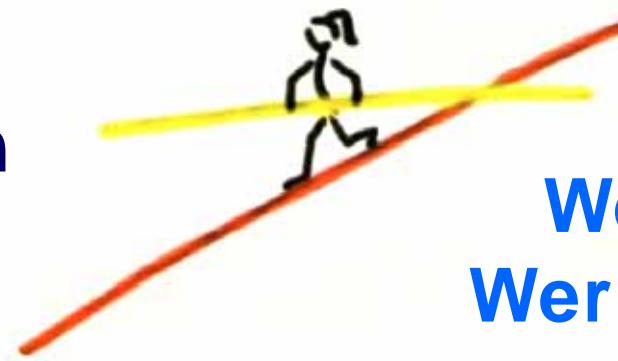


Jeder vierte will unsterblich sein

HAMBURG (kna) Einer Umfrage zufolge wollen 44 Prozent der Deutschen nicht älter als 80 Jahre alt werden. Höchstens 100 Jahre alt wollen 18 Prozent werden, wie eine gestern veröffentlichte Befragung für die Zeitung „Die Woche“ ergeben hat. Vier Prozent hätten angegeben, sie wollten unsterblich werden.

Mainzer Allgemeine Zeitung, 7. 8. 1997

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

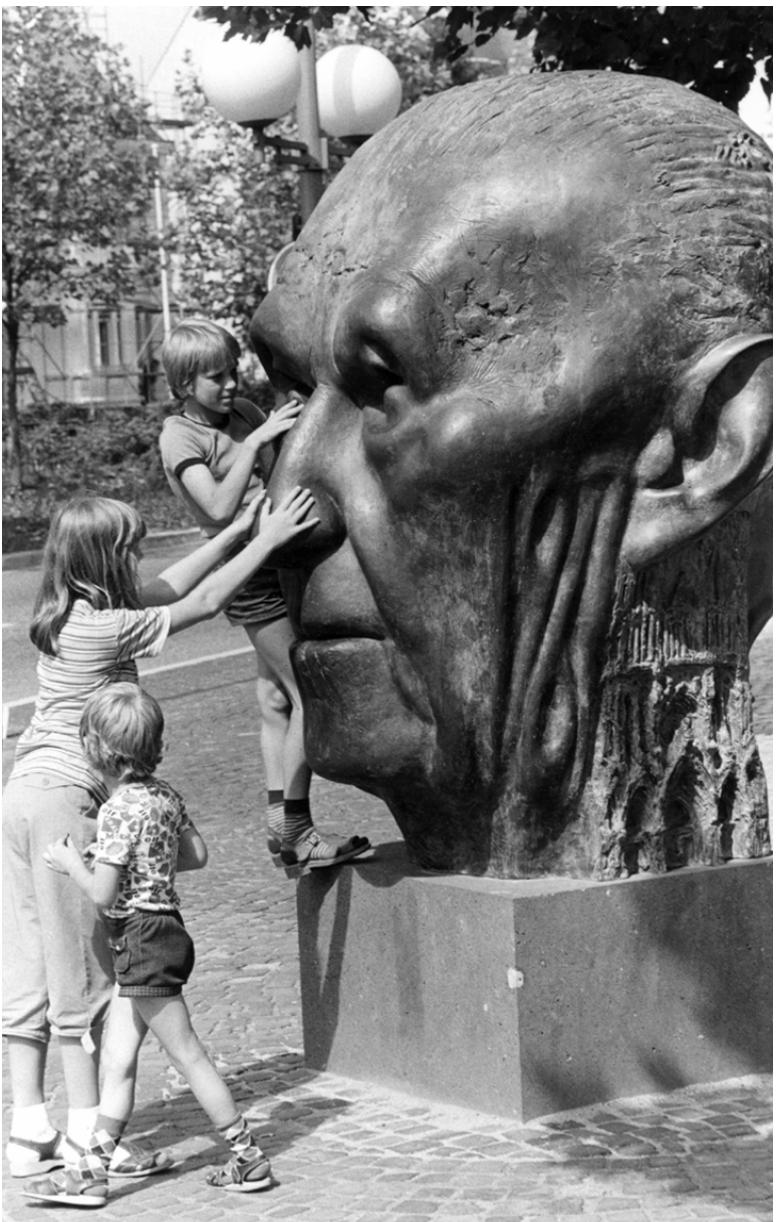
Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



Fermi-Fragen und Foto-Fragen

**Enrico Fermi (1901–1954)
Nobelpreis Physik 1938**



Das Adenauer-Denkmal vom Künstler Hubertus von Pilgrim

Wie groß müsste wohl ein entsprechendes Denkmal sein, wenn es Adenauer „von Kopf bis Fuß“ in demselben Maßstab darstellen soll?

*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*



Mathematik Anders Machen

Adenauer - Aufgabe

- Kopf ca. 2 m groß
- echter Kopf ca. 25 cm
- 1,70 m Körpergröße
- ~~a~~ Körpergröße Statue : x

$$\frac{200 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = 8$$

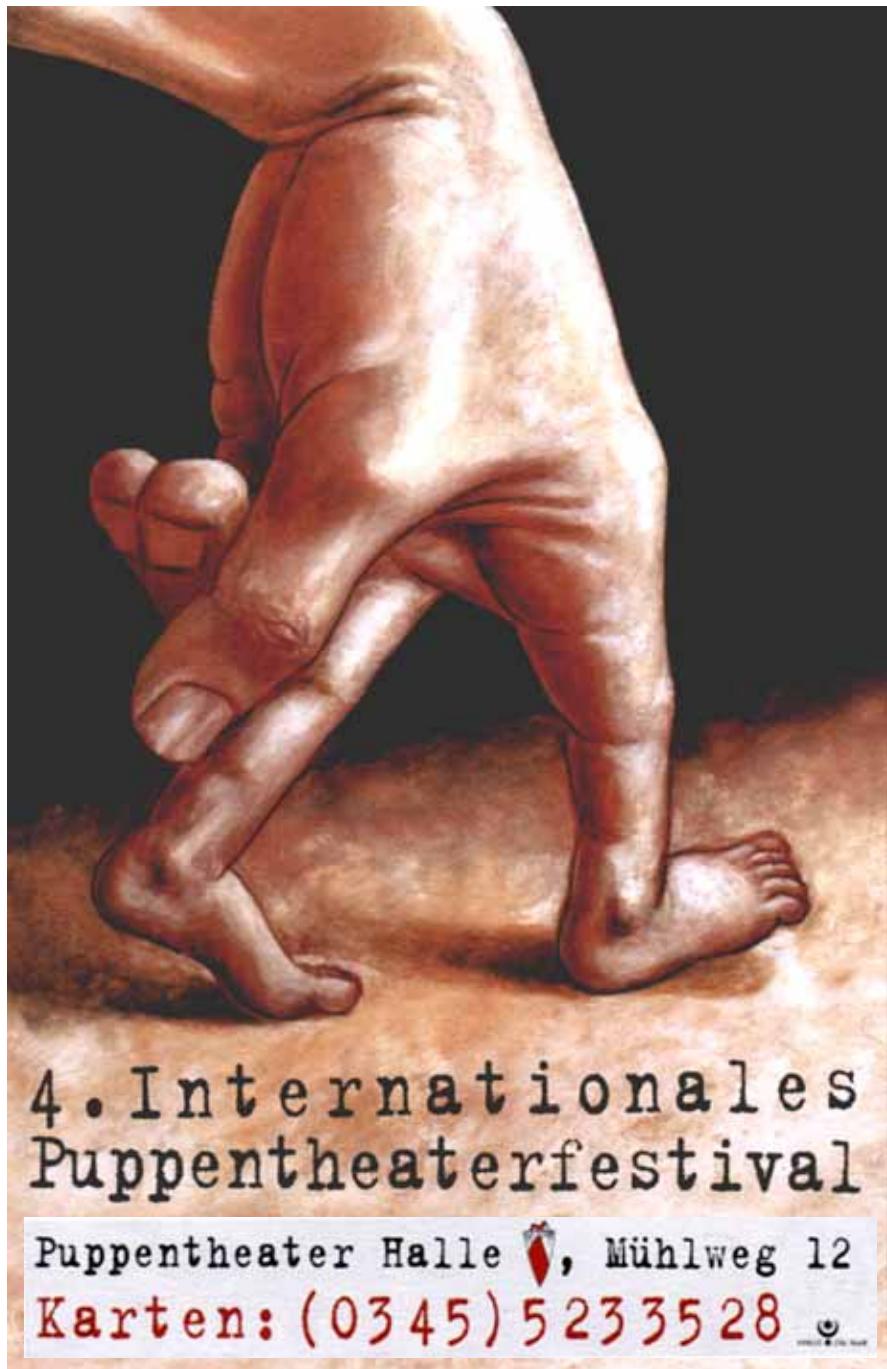
$$\text{Körpergröße: } \frac{170 \text{ cm} \cdot 8}{13,60}$$

A: Die Statue könnte 13,60 m groß sein.

Erklärung:

Zuerst habe ich mir vorgestellt, dass d. Kopf ca 2,00 m groß war. Anschließend habe ich das Verhältnis zwischen den 2,00 m und den 0,25 m reale Kopfgröße ausgerechnet, indem ich 200 cm geteilt durch 25 cm gerechnet habe.

Das Ergebnis war 8. Dann habe ich vermutet, dass Konrad Adenauer ~~1,70~~ 1,70 m groß war. Ich habe deswegen 1,70 m. mal 8 gerechnet um das selbe gleiche Größenverhältnis zu bewirken. So kam ich auf das Ergebnis, dass die Statue 13,60 groß ist wenn der Kopf eine Größe von 2 Metern hat.



Wilfried Herget

Wie groß müsste eine
Riesen-Puppe sein,
damit diese „Füße“ an
ihren Fingern so groß
sind wie deine Füße?



*Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007*

Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom T
Stiftung

Wie oft schlägt dein Herz in einem Jahr?

Wie oft blinzelst du ...?

Wie oft schluckst du ...?

Wie oft atmest du ...?

Gibt es einen Unterschied bei Tag und Nacht?

**Gibt es einen Unterschied, wenn du Sport treibst,
etwas isst, Fernsehen guckst ...**

**Wie oft hast du das alles schon
in deinem Leben gemacht?**

**Wie weit bist du in deinem Leben schon gelaufen?
... Fahrrad gefahren? ... geflogen? ...**

*Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007*



Mathematik Anders Machen

Ein großer Gewinn



Wie viel Euro sind das ungefähr?



**Herget, W.: Riesenschuhe und barttragende Biertrinker – Aufgaben aus der Zeitung.
In: Jahresheft XXI/2003, Friedrich Verlag, Velber, S. 26–29.**

**Statt die Kinder zu Rechen-Robotern,
zu „Auto-Mathen“ auszubilden,
sollten wir sie als Konstrukteure ihres
eigenen Wissens anerkennen,
ihnen das Recht auf eigenes Denken
zugestehen.**

Stella Baruk

Menschen bilden heißt nicht ein Gefäß füllen,
sondern ein Feuer entfachen.

Aristophanes
≈448–385 v. Chr.



*zit. nach: Hans Schupp: Allgemeinbildender Stochastikunterricht.
In: Stochastik in der Schule 24 (2004) 3, 4–13*

**Gib dem Menschen einen Fisch,
und er hat für einen Tag zu essen.**

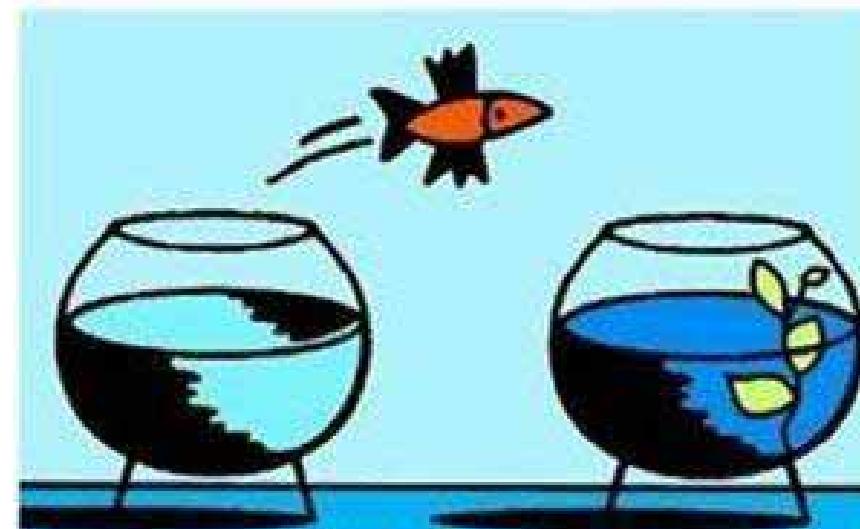
**Lehre ihn zu fischen,
und er hat sein Leben lang zu essen.**

*Konfuzius
551–479 v. Chr.*

像教行子孔師先



Ute Hélène von Reibnitz



**Es gibt immer
eine Alternative**



**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären



Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

→ ***mathematik lehren***

Friedrich Verlag

PF 10 01 50, 30917 Seelze



→ **Herget, W.; Scholz, D.:**

**Die etwas andere Aufgabe.
Mathematik-Aufgaben Sek I
– aus der Zeitung**

Kallmeyer, Seelze 1998



→ **Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W.:**

**Produktive Aufgaben für den MU
in der Sek I**

Cornelsen, Berlin 2001



**Herget/Lehmann (Hg.):
Neue Materialien für den Mathematikunterricht
in der Sekundarstufe 1 mit dem TI-83/-89/-92.
Schroedel, Hannover 2002**

→ **Lineare Funktionen**



→ **Quadratische Funktionen**

→ **Exponential- und Winkelfunktionen**

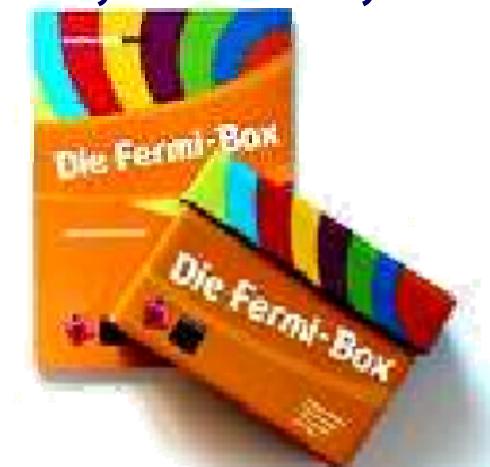
→ **Stochastik**



→ **Gleichungen**



► Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J.:
Die Fermi-Box
Friedrich Verlag, Seelze 2007



► Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:
Bildungsstandards Mathematik: konkret.
Sek. I: Aufgabenbeispiele,
Unterrichtsanregungen,
Fortbildungsideen
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006

