

Mathematik Anders Machen

Eine Initiative zur Lehrerfortbildung

Materialien zum Kurs

Etwas andere Aufgaben für den Mathematikunterricht

Referenten

Prof. Dr. Wilfried Herget

Ines Petzschler

Ines Petzschler, Leipzig
Wilfried Herget,
Martin-Luther-Universität
Halle-Wittenberg

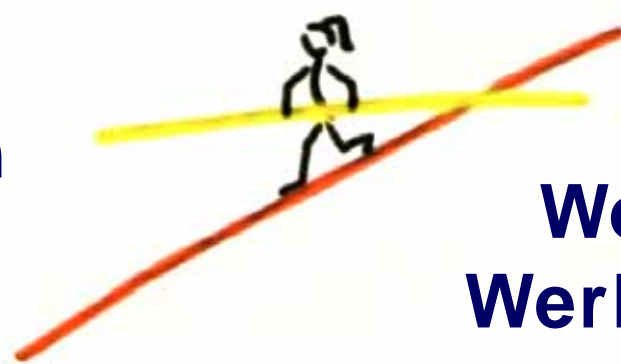


Die
etwas *andere*
Aufgabe

<http://did.mathematik.uni-halle.de>

<http://www.mathematik-anders-machen.de>

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



**Rezepte
Regeln
Rechnen**



Kompetenzen

⇒ **mathematisch argumentieren**

⇒ **Probleme mathematisch lösen**

⇒ **mathematisch modellieren**

⇒ **mathematische Darstellungen verwenden**

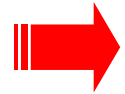
⇒ **mit Mathematik symbolisch/technisch umgehen**

⇒ **mathematisch kommunizieren**

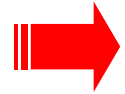
Leitideen



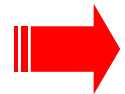
Zahl



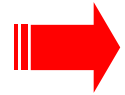
Messen



Raum und Form

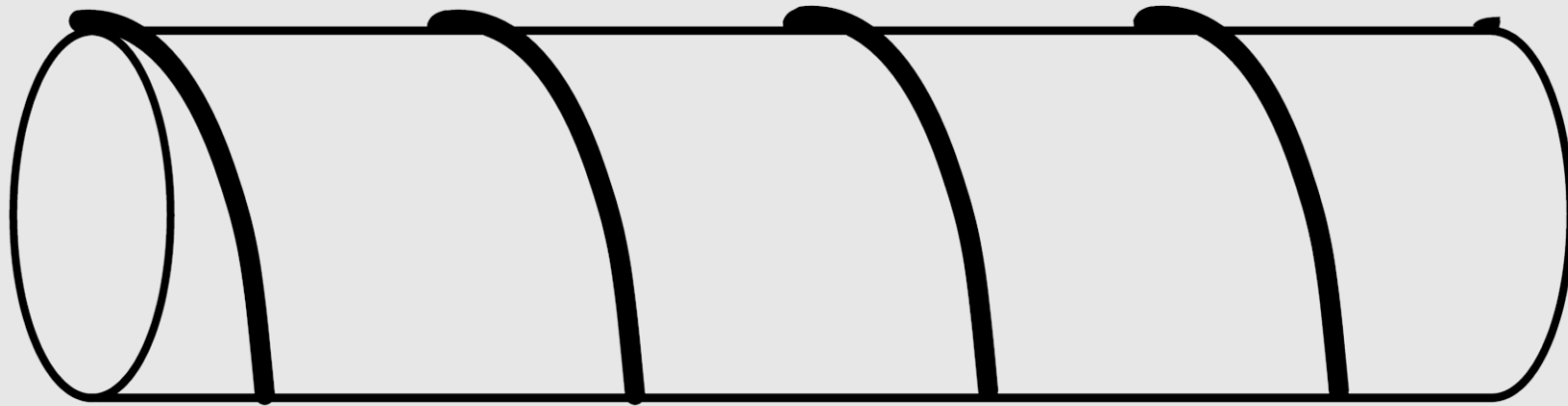


Funktionaler Zusammenhang



Daten und Zufall

Eine Schnur ist gleichmäßig um einen zylindrischen Stab gewickelt. Die Schnur windet sich genau 4-mal um den Stab. Der Umfang des Stabs beträgt 4 cm und seine Länge 12 cm.



Bestimmen Sie die Länge der Schnur, und schreiben Sie alle ihre Arbeitsschritte auf.

TIMSS 3



Den besten Blick über Lüneburg hat, wer die Mühsal auf sich nimmt und den 56 Meter hohen Wasserturm erklimmt. Das im Jahre 1907 errichtete und 1985 stillgelegte Backsteinbauwerk wird derzeit für 3,5 Millionen Euro restauriert. Die Aussichtsplattform allerdings ist bereits jetzt zugänglich. Bei sehr guten Bedingungen kann der Blick 40 Kilometer weit ins Umland schweifen.



*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben
für den
Mathematikunterricht
in der Sek. I.
Cornelsen 2001*

► 40 Kilometer weit sehen
– kann das stimmen?

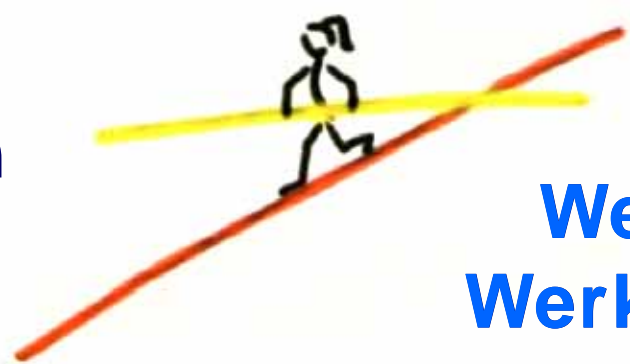
Mit 12 Jahren hat Karina ein Sparbuch mit 600 € von ihrer Patentante erhalten. Es wurde für eine Dauer von 6 Jahren (feste Laufzeit) zu einem Zinssatz von 3,5 % angelegt. Am Ende jeden Jahres bekommt sie also 3,5 % des Geldes, das bereits auf dem Konto liegt, als Zinsen dazugeschrieben.

„Damit bezahle ich meinen Führerschein!“, erzählt Karina ihrer Freundin Sabine.

„Das reicht nie!“, erwidert Sabine, „der kostet locker 1000 €“



**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

RAUTEN-OPTIK

Vom Ohr jeweils einen schrägen Scheitel zum Wirbelpunkt am Oberkopf ziehen. Die Haare mit einem Haargummi abbinden und dann in zwei Strähnen teilen. An der Mitte des Hinterkopfes die Zöpfe versetzt zum oberen Gummi abbinden, dabei die Haare von den Seiten straff dazunehmen. Verbleibendes Haar einfach im Nacken zusammenfassen. Gummis mit glitzernden Strass-Spangen (2er-Set, 12 Mark, z. B. bei C&A) verzieren.



girls spezial 1/2000 – Idee: Irmgard Eckelt
MUED-Materialien für den Mathematikunterricht in der Sek. I, 2003

Mathematik Anders Machen



mathematik lehren 145 / 2007 – Idee: Joachim Terber

Christian hat versucht, drei aufeinander folgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 81.$$

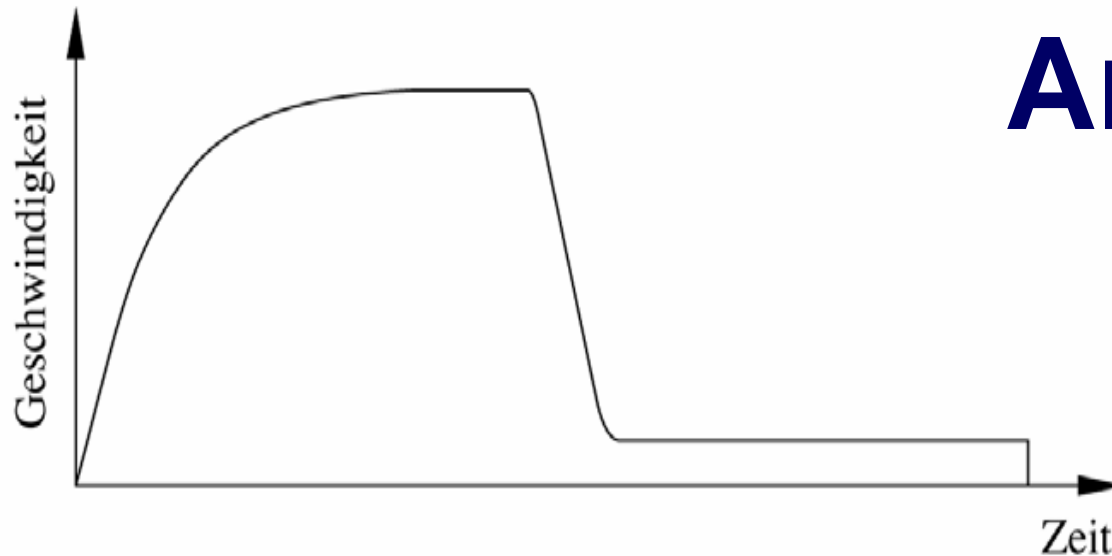
Wofür steht das n ?

- ☐ Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
- ☐ Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
- ☐ Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
- ☐ Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.

TIMSS 2

Anglerlatein?

Welche Sportart passt zu diesem Graphen?



Wähle diejenige Antwort, die am besten passt:

Angeln

Stabhochsprung

100-m-Lauf

Fallschirmspringen

Golf

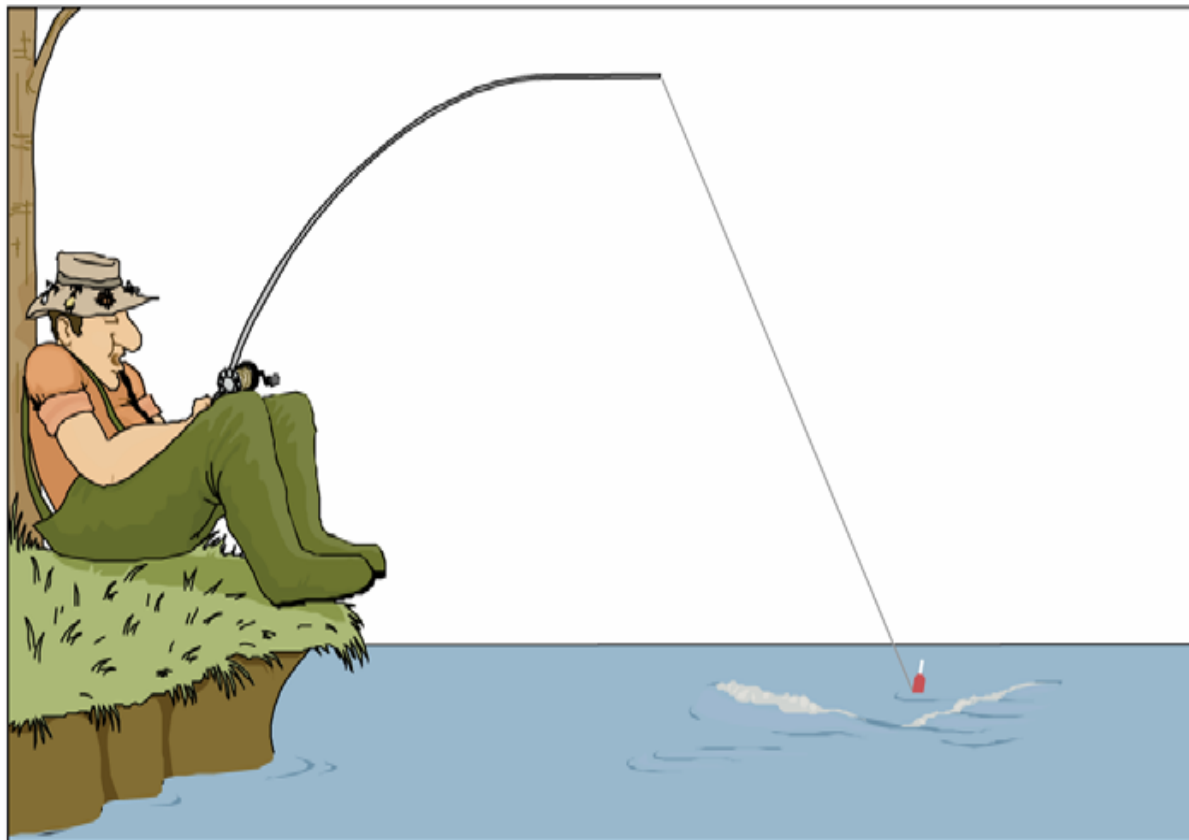
Speerwerfen

Hochsprung

Turmspringen

Drag Racing (Auto-Beschleunigungsrennen)

Wasserski



*Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I*

Mathematik Anders Machen

Löse folgende Gleichungen!

a $4x^2=12x-4$

b $9x^2+9x=9$

c $4x^2+8x+4=0$

d $5x^2-x=0$

e $x^2+2x+1=0$

f $(x-3)^2=0$

g $(x+5)(x-1)=0$

h $(x-3,5)(x+1)=0$

i $x^2+2x+1=0$

j $\frac{x^2}{2}+x=2$

k $x=-\frac{1}{x}$

l $x=\frac{1}{x}$

- Finde drei verschiedene quadratische Gleichungen, die alle die Lösungsmenge $L = \{3, -1\}$ haben.
- Peter war letzte Woche krank.
Erkläre ihm an einem von dir geeignet gewählten Beispiel, wie man eine quadratische Gleichung löst.
- Suche die leichtesten Aufgaben heraus und löse sie.
Warum sind sie einfacher als die anderen?
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis Null?

*In Anlehnung an: Andreas Büchter & Timo Leuders:
Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Cornelsen 2005*

Löse folgende Gleichungen!

a $4x^2=12x-4$

b $9x^2+9x=9$

c $4x^2+8x+4=0$

d $5x^2-x=0$

e $x^2+2x+1=0$

f $(x-3)^2=0$

g $(x+5)(x-1)=0$

h $(x-3,5)(x+1)=0$

i $x^2+2x+1=0$

j $\frac{x^2}{2}+x=2$

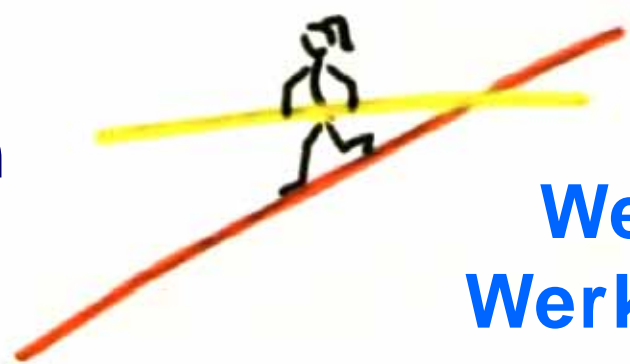
k $x=-\frac{1}{x}$

l $x=\frac{1}{x}$

- Stelle die Aufgaben in Gruppen zusammen. Begründe.
- Warum sind dies alles quadratische Gleichungen?
Wie können nicht-quadratische Gleichungen aussehen?
- Zeichne eine „Landkarte“: Ähnliche Typen werden nahe beieinander dargestellt, zwischen verwandten Typen werden Verbindungen gezeichnet.

Timo Leuders:
Reflektierendes Üben auch mit Plantagenaufgaben.
MNU 59 (2006) 5, S. 276–284

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

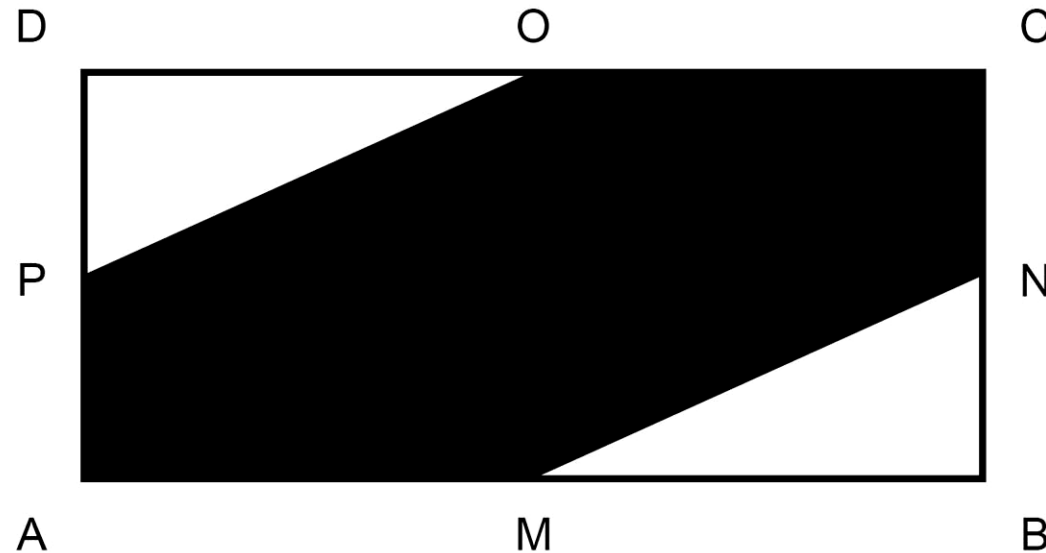
Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

Aufgabe 30

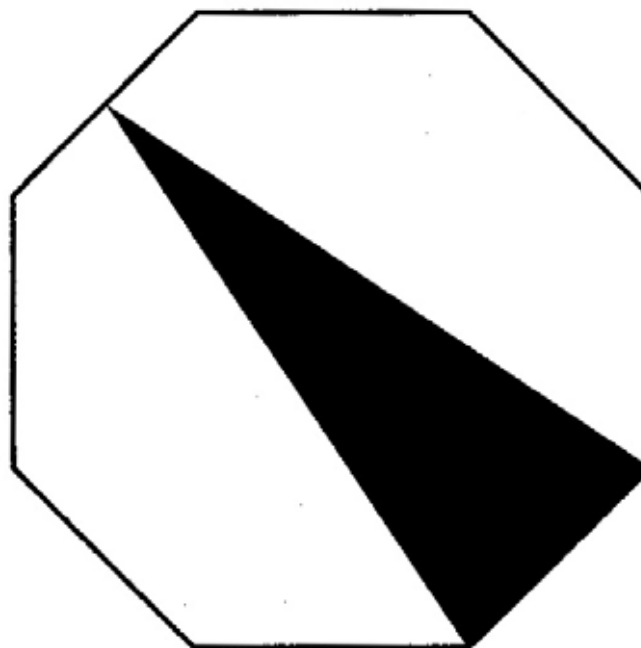
Gegeben ist ein Rechteck ABCD. Die Punkte M, N, O und P sind Mittelpunkte der Rechteckseiten.



Welcher Anteil der gesamten Rechteckfläche ist dunkel?

Kompetenztest Klasse 8, März 2007

**Welcher Bruchteil dieser Figur
ist schwarz gefärbt?**



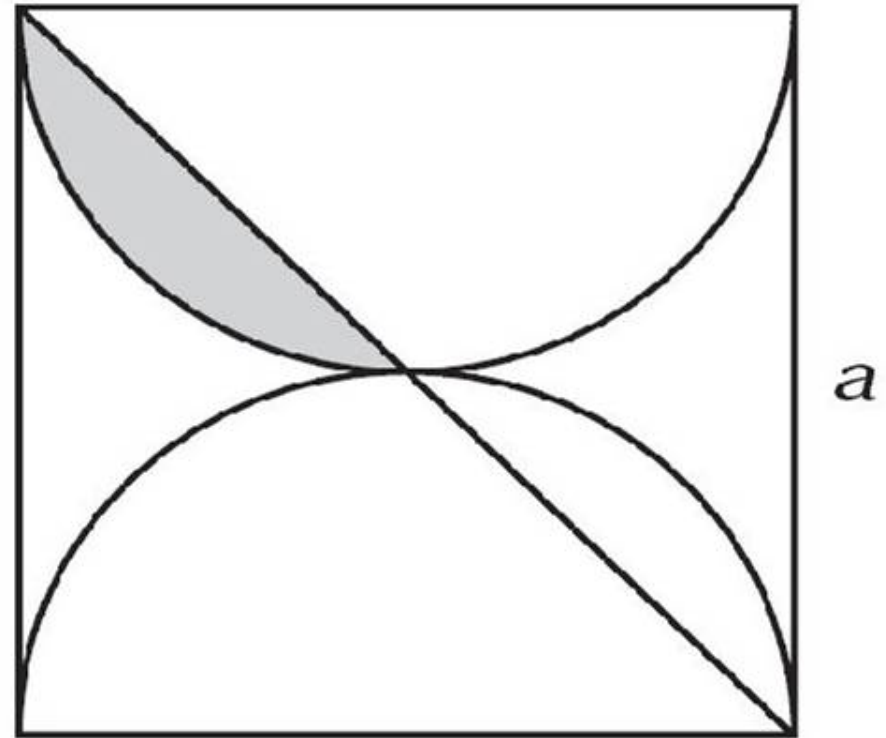
© 1996 Schroedel Schulbuchverlag GmbH



Rüdiger Vernay – MatheMix 5/6 – Schroedel 1996

In das Quadrat mit der Seitenlänge a sind zwei Halbkreise und eine Diagonale eingezeichnet.

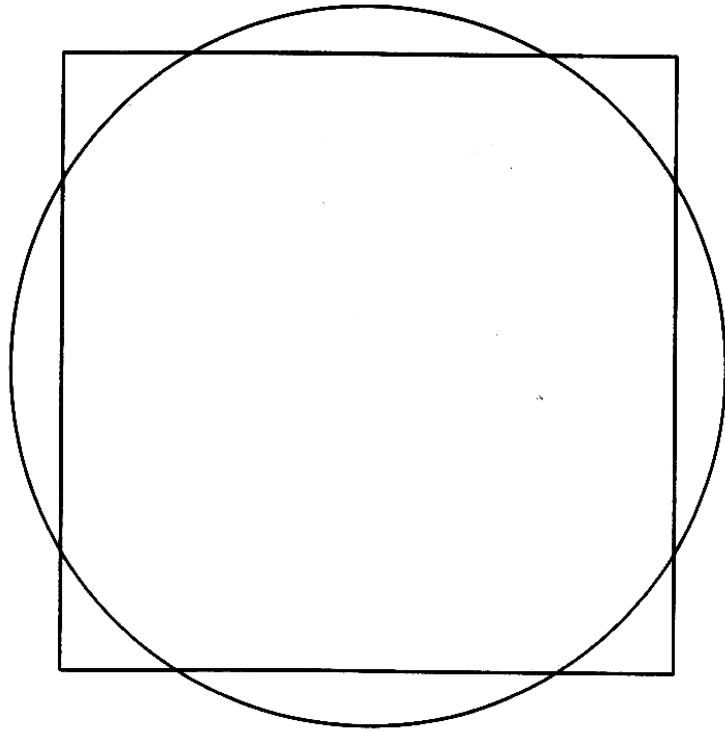
Berechne den Inhalt der grauen Fläche.



***Blum, W.; Drücke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:
Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sek. I:
Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen,
Fortbildungsideen.***

Cornelsen Scriptor, Berlin 2006, S. 40

Was ist größer – der Kreis oder das Quadrat?



Die Abbildung zeigt einen Kreis und ein Quadrat, wobei der größte Teil des Kreises sich innerhalb des Quadrats befindet, während ein kleiner Teil des Kreises außerhalb des Quadrats liegt. Kreis und Quadrat haben den gleichen Mittelpunkt.

Für alle vier Seiten des Quadrats gilt, dass 60 % der Seitenlänge innerhalb des Kreises liegen.

Ole Fich: Mathelogik. Forlaget Selund, DK

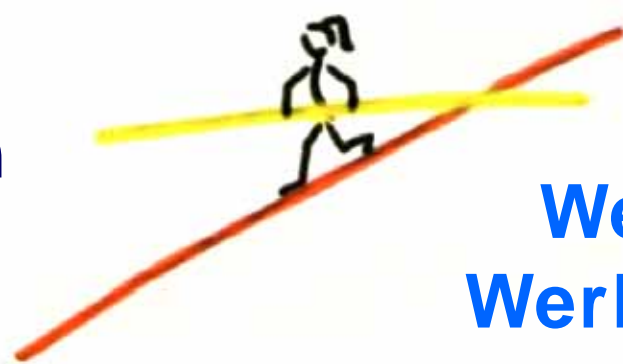
Der Elchtest: Zentral-Abitur in Finnland

Ein gerades, zylinderförmiges Gefäß vom Inhalt
1 Liter ist 15 cm hoch.

Wie groß ist der Durchmesser des Bodens eines
gleich geformten Gefäßes, das $\frac{1}{2}$ Liter fasst?

Die etwas andere Aufgabe – mathematik lehren 123 / April 2004

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

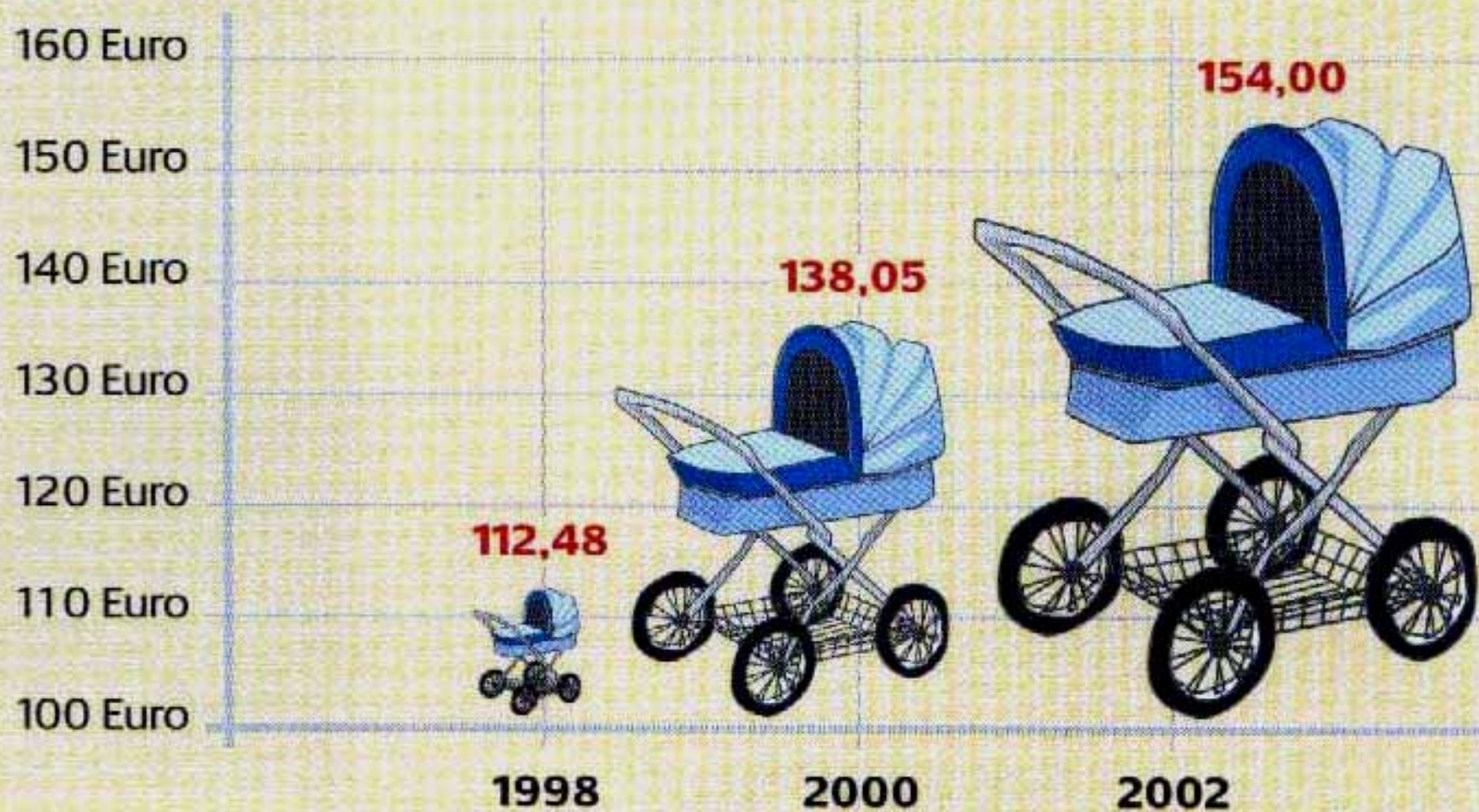
Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

Wir fördern Familien



Entwicklung des Kindergeldes für das erste und zweite Kind

Quelle: Bundesministerium für Finanzen

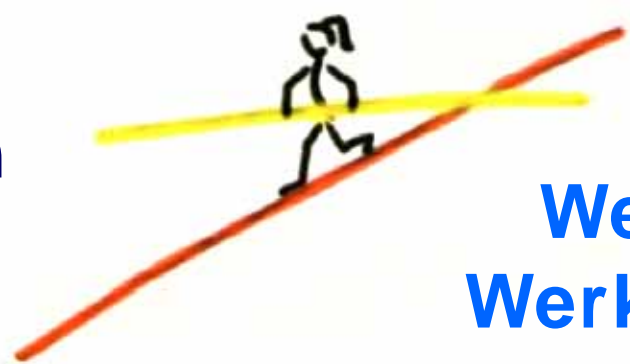
Wir fördern Familien



Entwicklung des Kindergeldes in Euro für das erste und zweite Kind

Quelle: Bundesministerium für Finanzen

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

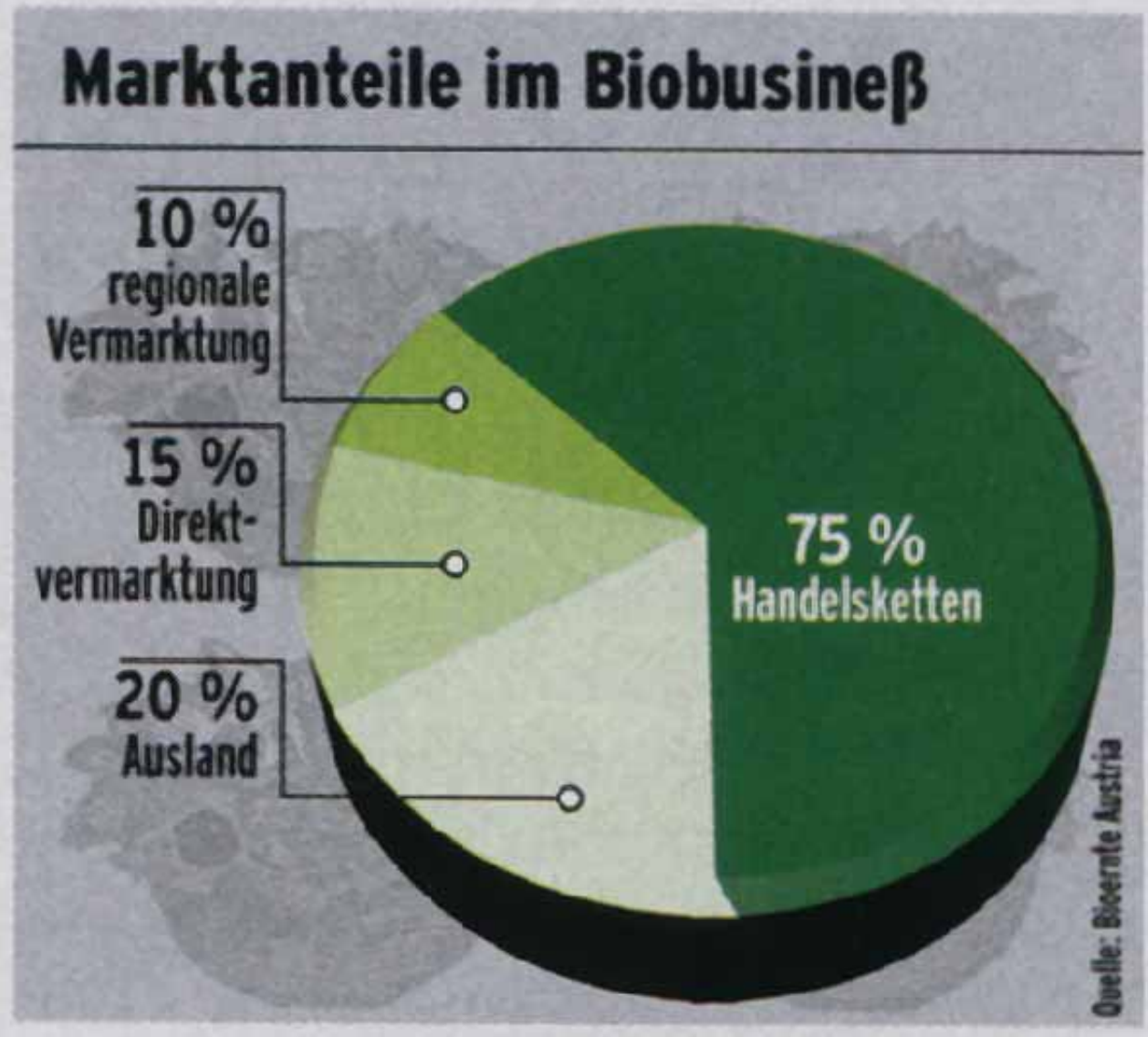
Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen

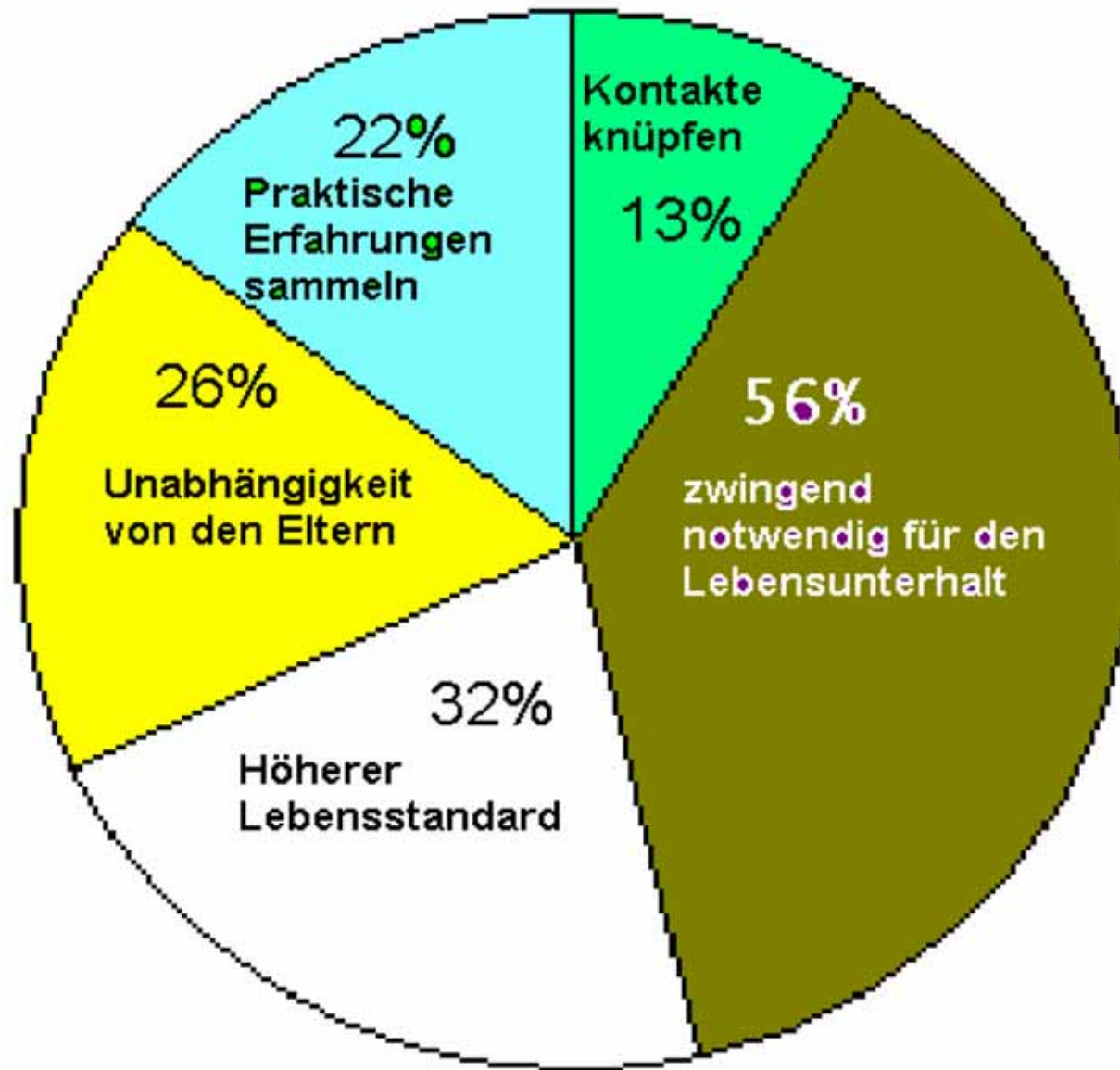
mid München — 7 neue Autobahnkilometer sollen 1984 dem Verkehr übergeben werden. Das sind 14 km mehr als ursprünglich geplant. Allerdings werden davon laut DTC rund 35 km zunächst nur einbahnig fertigge-

ADAC motorwelt 6/1984, S. 146

Konkurrenz-
kampf: 75 Pro-
zent des Bio-
marktes teilen
sich die großen
Handelsketten.



FORMAT 29/2002, S. 61



Bildungsstandards – Mittlerer Schulabschluss

Aus der *Norderneyer Badezeitung*:
„Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute ‚nur noch‘ jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnelfahrer haben zu zahlen.“

**Herget, W. / Scholz, D.:
Die etwas andere Aufgabe –
Mathematikaufgaben Sek I aus der Zeitung.
Kallmeyer 1998**



Jede 5. Mutter arbeitet auch sonntags

Jede fünfte erwerbstätige Mutter in Deutschland arbeitet zumindest gelegentlich auch an Sonn- oder Feiertagen.

In Ostdeutschland arbeitet jede zweite Mutter mit Kindern unter 18 Jahren regelmäßig an Sonn- oder Feiertagen (49 Prozent), im Westen tut dies etwa jede Dritte (38 Prozent). Das teilt das Statistische Bundesamt

Goslarsche Zeitung, 22. 5. 2004

mathematik lehren 126 / Oktober 2004 – Idee: Dietmar Scholz

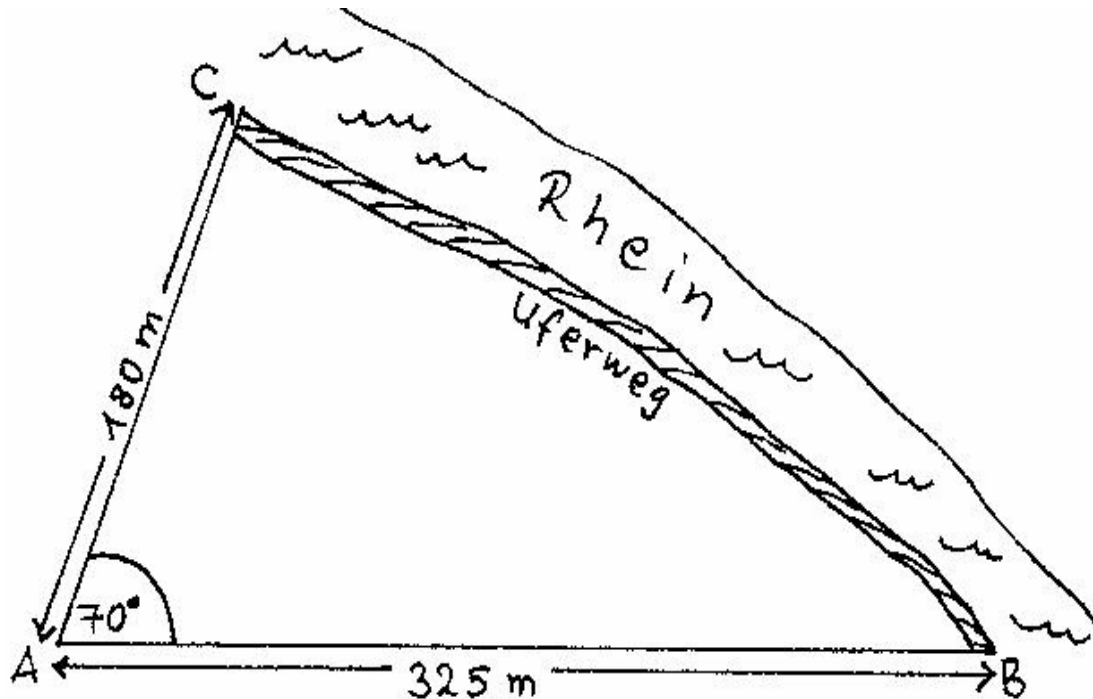
90 Prozent der Schiedsrichter
sind saubere Leute,
und die fünf Prozent,
die die Regeln nicht beachten,
die muss man aussortieren.

Otto Rehagel
*deutscher Erfolgstrainer,
der Griechenland zum
EM-Titel führte*

*Westfälische Nachrichten,
15. 2. 2005*



Die Mitglieder des Campingvereins „Rheinaue“ möchten den Uferweg entlang des Rheins in Stand setzen.



(Skizze nicht maßstabsgetreu)

Der Vorstand geht davon aus, dass die Arbeiten in einer Woche abgeschlossen sind, wenn an jedem Tag 50 m bewältigt werden.

Was meinst du dazu?



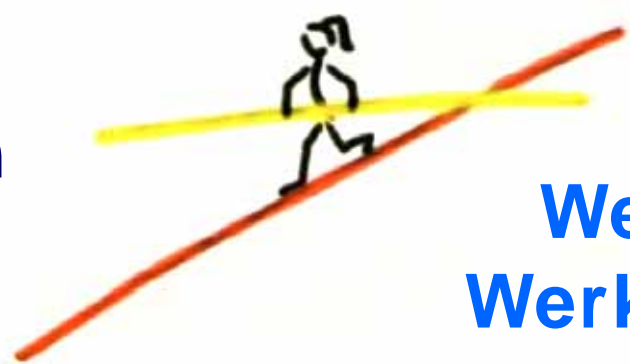
SPARTIPP



Wer einen neuen Kühlschrank kauft, sollte nicht nur den Kaufpreis, sondern auch die Verbrauchskosten bedenken. Wer einen Billig-Kühlschrank mit 1,1 Kilowattstunden (kWh) Stromverbrauch pro Tag geschenkt bekommt, zahlt in 15 Jahren rund 900 € an Stromkosten. Kauft er dagegen für 350 € ein sparsames Markengerät, das täglich mit nur 0,35 kWh auskommt, zahlt er im gleichen Zeitraum nur 288 € für Strom.

Mitteldeutsche Zeitung, 28. 3. 2003

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



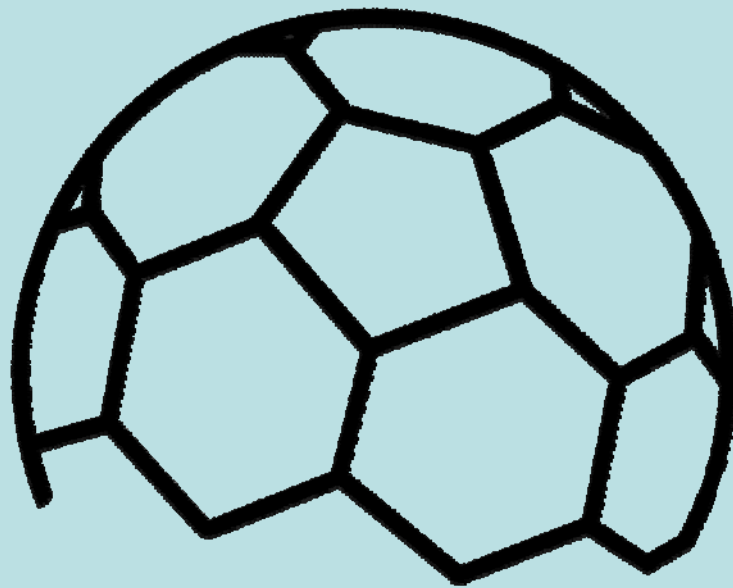
tempodrom Berlin

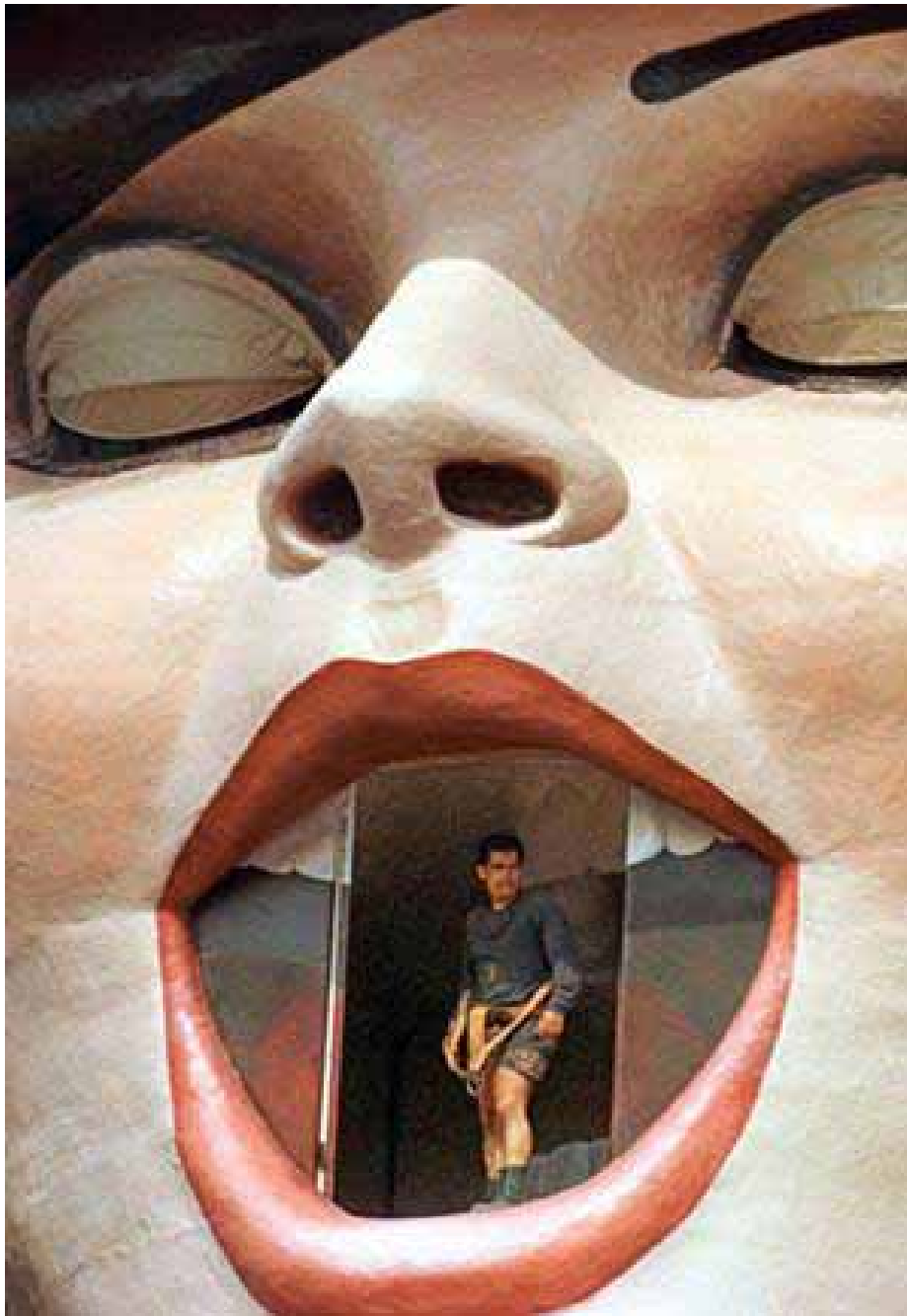
Wilfried Herget

Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom
Stiftung







Wilfried Herget

**Wie groß wäre
wohl eine Person,
die solch einen
großen Mund
hätte?**

***Herget/Jahnke/Kroll:
Produktive Aufgaben für den
Mathematikunterricht in der Sek I***



Mathematik Anders Machen

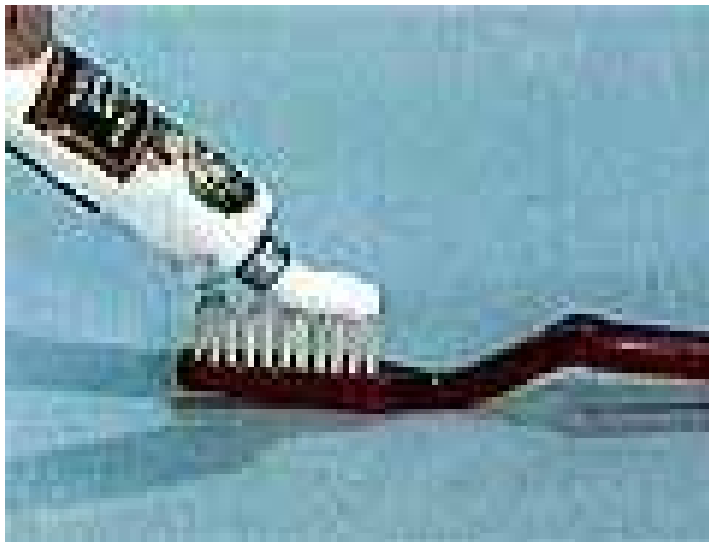


Fermi-Fragen und Foto-Fragen

Enrico Fermi (1901–1954)
Nobelpreis Physik 1938



**Wie lang ist
eigentlich ...?**



Wilfried Herget

***Büchter/Herget/
Leuders/Müller:
Die Fermi-Box. 2007***



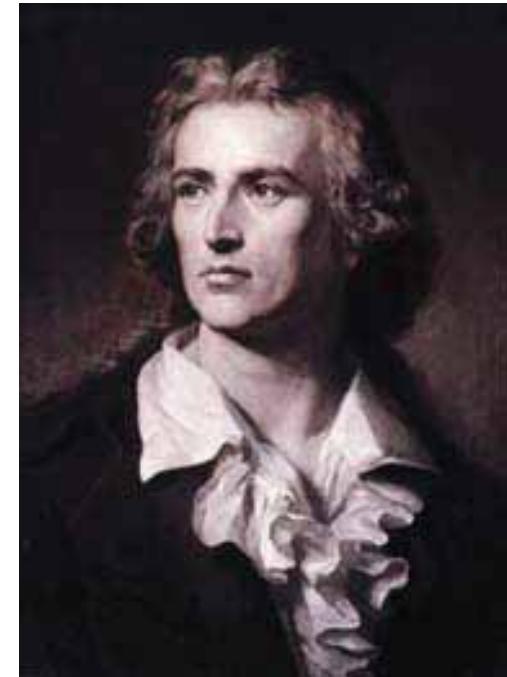
Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom
Stiftung



**Der Mensch ist da Mensch,
wo er spielt.**

Friedrich von Schiller
1759 –1805

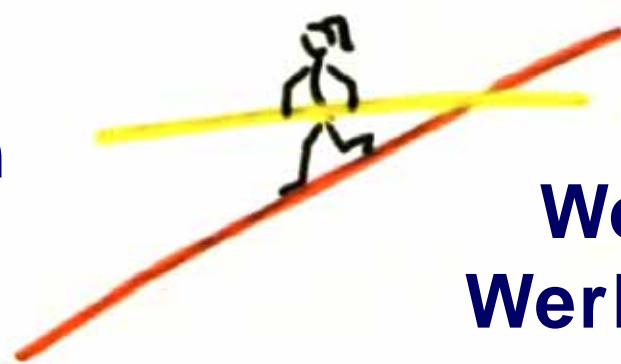


**Doch stets gilt,
dass der Weg das Ziel ist,
weil nach dem Spiel
schon vor dem Spiel ist.**



Robert Gernhardt

**Rezepte
Regeln
Rechnen**



**Wege wählen,
Werkzeuge wählen**

Begriffe bilden und begreifen

Fehlendes finden

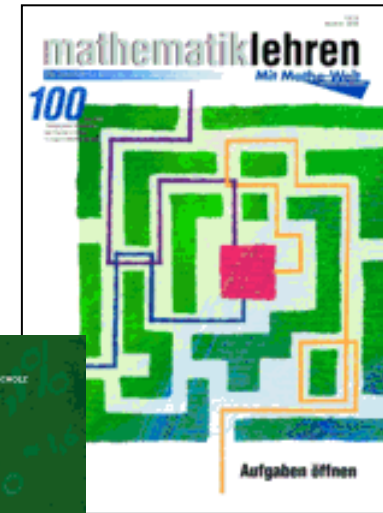
Überraschendes klären

Argumentieren, Kommunizieren

Mathematik (hinein-)sehen



➡ ***mathematik lehren***
Friedrich Verlag
PF 10 01 50, 30917 Seelze



➡ **Herget, W.; Scholz, D.:
Die etwas andere Aufgabe.
Mathematik-Aufgaben Sek I
– aus der Zeitung
Kallmeyer, Seelze 1998**



➡ **Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W.:
Produktive Aufgaben für den MU
in der Sek I
Cornelsen, Berlin 2001**



Herget/Lehmann (Hg.): Neue Materialien für den Mathematikunterricht in der Sekundarstufe 1 mit dem TI-83/-89/-92. Schroedel, Hannover 2002

- ⇒ **Lineare Funktionen**
- ⇒ **Quadratische Funktionen**
- ⇒ **Exponential- und Winkelfunktionen**
- ⇒ **Stochastik**
- ⇒ **Gleichungen**



➡ **Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J.:**
Die Fermi-Box
Friedrich Verlag, Seelze 2007



➡ **Blum, W.; Drücke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:**
Bildungsstandards Mathematik: konkret.
Sek. I: Aufgabenbeispiele,
Unterrichtsanregungen,
Fortbildungsideen
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006

