

# Mathematik Anders Machen

Eine Initiative zur Lehrerfortbildung

Materialien zum Kurs

## **Etwas andere Aufgaben für den Mathematikunterricht**

Referenten

Prof. Dr. Wilfried Herget

Ines Petzschler

Ines Petzschler, Leipzig  
Wilfried Herget,  
Martin-Luther-Universität  
Halle-Wittenberg

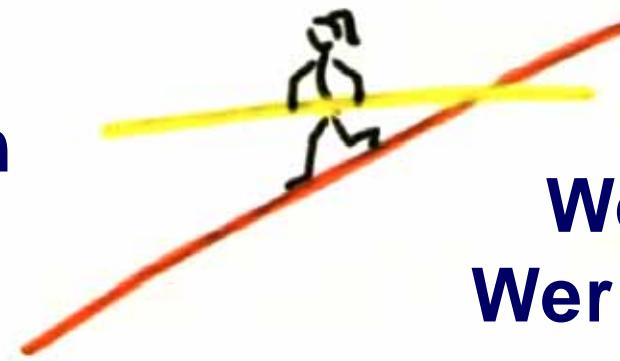


# Die etwas *andere* Aufgabe

<http://did.mathematik.uni-halle.de>

<http://www.mathematik-anders-machen.de>

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

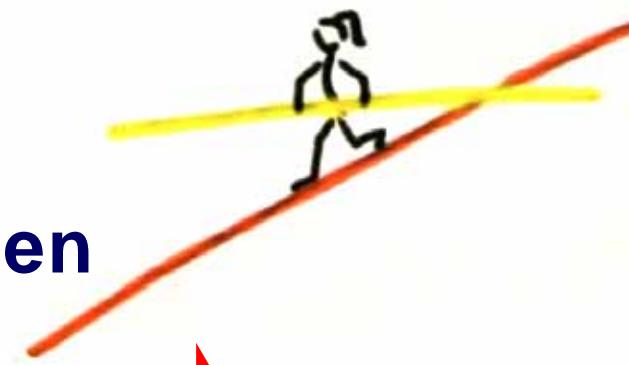
**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

**Mathematik (hinein-)sehen**



**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



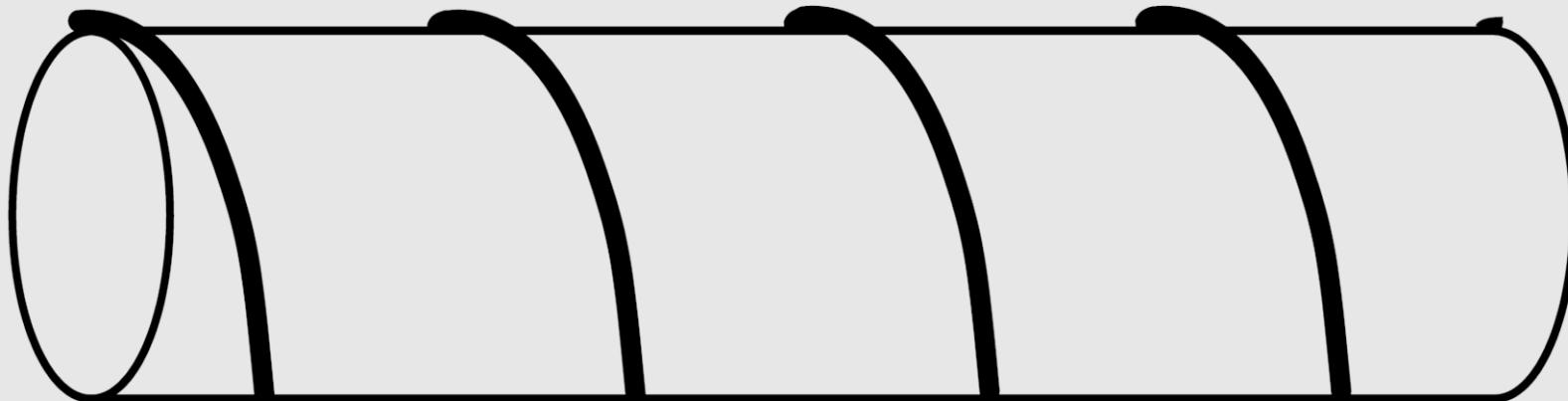
**Kompetenzen**

- ➡ **mathematisch argumentieren**
- ➡ **Probleme mathematisch lösen**
- ➡ **mathematisch modellieren**
- ➡ **mathematische Darstellungen verwenden**
- ➡ **mit Mathematik symbolisch/technisch umgehen**
- ➡ **mathematisch kommunizieren**

# Leitideen

- Zahl
- Messen
- Raum und Form
- Funktionaler Zusammenhang
- Daten und Zufall

Eine Schnur ist gleichmäßig um einen zylindrischen Stab gewickelt. Die Schnur windet sich genau 4-mal um den Stab. Der Umfang des Stabs beträgt 4 cm und seine Länge 12 cm.



Bestimmen Sie die Länge der Schnur, und schreiben Sie alle ihre Arbeitsschritte auf.

**TIMSS 3**



Den besten Blick über Lüneburg hat, wer die Mühsal auf sich nimmt und den 56 Meter hohen Wasserturm erklimmt. Das im Jahre 1907 errichtete und 1985 stillgelegte Backsteinbauwerk wird derzeit für 3,5 Millionen Euro restauriert. Die Aussichtsplattform allerdings ist bereits jetzt zugänglich. Bei sehr guten Bedingungen kann der Blick 40 Kilometer weit ins Umland schweifen.



*Herget/Jahnke/Kroll:  
Produktive Aufgaben  
für den  
Mathematikunterricht  
in der Sek I.  
Cornelsen 2001*

► **40 Kilometer weit sehen  
– kann das stimmen?**

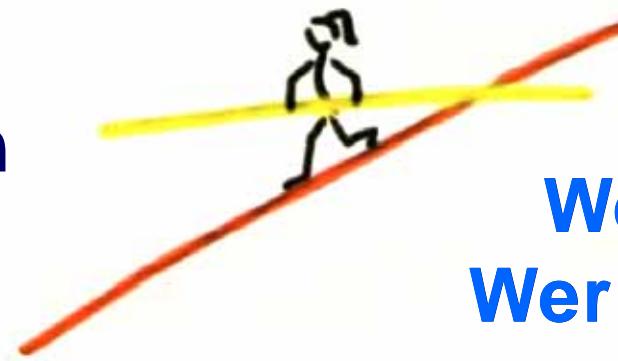
**Mit 12 Jahren hat Karina ein Sparbuch mit 600 € von ihrer Patentante erhalten. Es wurde für eine Dauer von 6 Jahren (feste Laufzeit) zu einem Zinssatz von 3,5 % angelegt. Am Ende jeden Jahres bekommt sie also 3,5 % des Geldes, das bereits auf dem Konto liegt, als Zinsen dazugeschrieben.**

**„Damit bezahle ich meinen Führerschein!“, erzählt Karina ihrer Freundin Sabine.**

**„Das reicht nie!“, erwidert Sabine, „der kostet locker 1000 €“**



**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

**Mathematik (hinein-)sehen**

# RAUTEN-OPTIK

Vom Ohr jeweils einen schrägen Scheitel zum Wirbelpunkt am Oberkopf ziehen. Die Haare mit einem Haargummi abbinden und dann in zwei Strähnen teilen. An der Mitte des Hinterkopfes die Zöpfe versetzt zum oberen Gummi abbinden, dabei die Haare von den Seiten straff dazunehmen. Verbleibendes Haar einfach im Nacken zusammenfassen. Gummis mit glitzernden Strass-Spangen (2er-Set, 12 Mark, z. B. bei C&A) verzieren.



*girls spezial 1/2000 – Idee: Irmgard Eckelt  
MUED-Materialien für den Mathematikunterricht in der Sek. I, 2003*

Mathematik Anders Machen



*mathematik lehren 145 / 2007 – Idee: Joachim Terber*

Christian hat versucht, drei aufeinander folgende natürliche Zahlen zu finden, deren Summe 81 ist. Er hat folgende Gleichung aufgeschrieben:

$$(n - 1) + n + (n + 1) = 81.$$

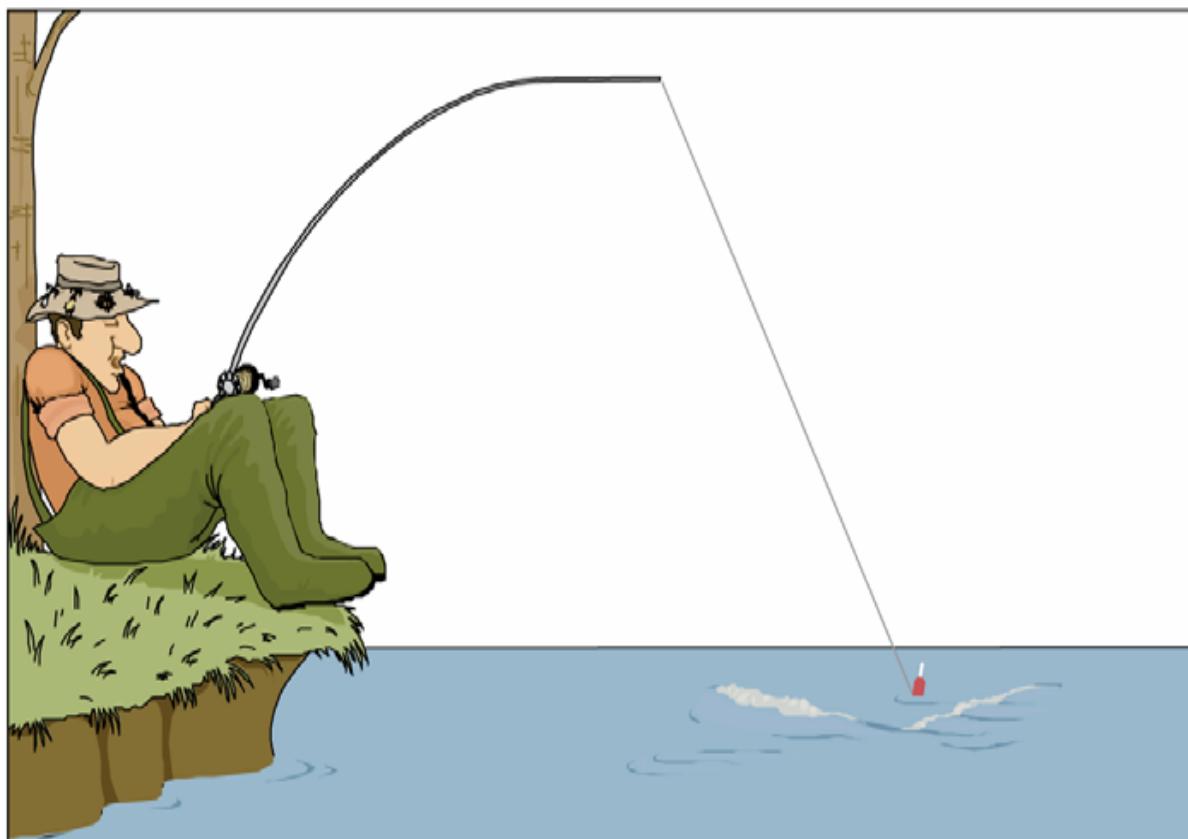
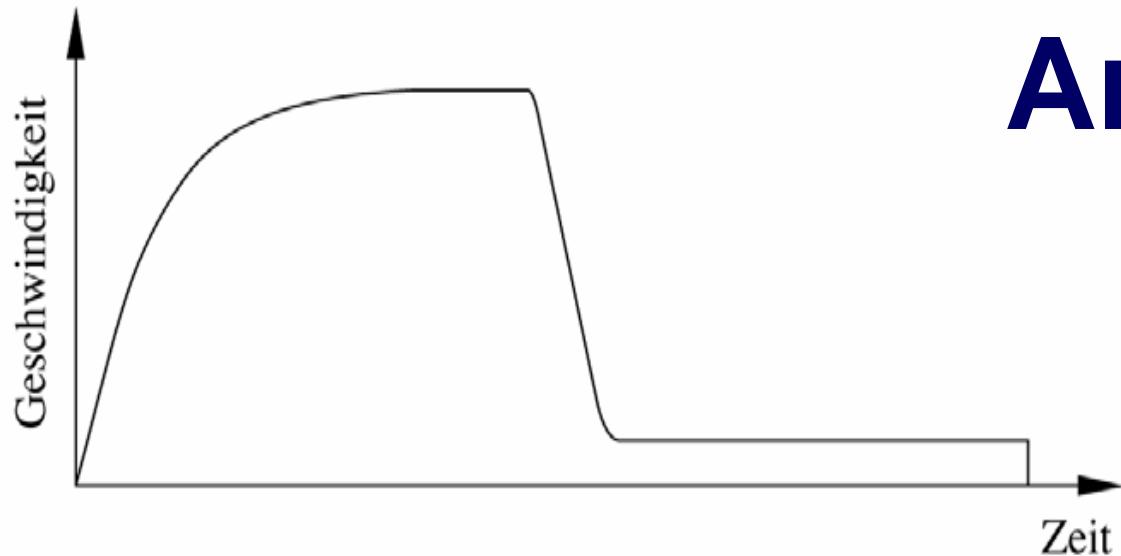
Wofür steht das  $n$ ?

- Für die kleinste der drei natürlichen Zahlen.
- Für die mittlere der drei natürlichen Zahlen.
- Für die größte der drei natürlichen Zahlen.
- Für die Differenz zwischen der kleinsten und der größten der drei natürlichen Zahlen.

**TIMSS 2**

# Anglerlatein?

Welche Sportart passt zu diesem Graphen?



Wähle diejenige Antwort, die am besten passt:

- Angeln
- Stabhochsprung
- 100-m-Lauf
- Fallschirmspringen
- Golf
- Speerwerfen
- Hochsprung
- Turmspringen
- Drag Racing (Auto-Beschleunigungsrennen)
- Wasserski

*Herget/Jahnke/Kroll:  
Produktive Aufgaben für den  
Mathematikunterricht in der Sek I*

Mathematik Anders Machen

## Löse folgende Gleichungen!

a  $4x^2 = 12x - 4$

b  $9x^2 + 9x = 9$

c  $4x^2 + 8x + 4 = 0$

d  $5x^2 - x = 0$

e  $x^2 + 2x + 1 = 0$

f  $(x-3)^2 = 0$

g  $(x+5)(x-1) = 0$

h  $(x-3,5)(x+1) = 0$

i  $x^2 + 2x + 1 = 0$

j  $\frac{x^2}{2} + x = 2$

k  $x = -\frac{1}{x}$

l  $x = \frac{1}{x}$

- Finde drei verschiedene quadratische Gleichungen, die alle die Lösungsmenge  $L = \{3, -1\}$  haben.
- Peter war letzte Woche krank.  
Erkläre ihm an einem von dir geeignet gewählten Beispiel, wie man eine quadratische Gleichung löst.
- Suche die leichtesten Aufgaben heraus und löse sie.  
Warum sind sie einfacher als die anderen?
- Bei welchen Aufgaben ist das Ergebnis Null?

*In Anlehnung an: Andreas Büchter & Timo Leuders:  
Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Cornelsen 2005*

## Löse folgende Gleichungen!

a  $4x^2 = 12x - 4$

b  $9x^2 + 9x = 9$

c  $4x^2 + 8x + 4 = 0$

d  $5x^2 - x = 0$

e  $x^2 + 2x + 1 = 0$

f  $(x-3)^2 = 0$

g  $(x+5)(x-1) = 0$

h  $(x-3,5)(x+1) = 0$

i  $x^2 + 2x + 1 = 0$

j  $\frac{x^2}{2} + x = 2$

k  $x = -\frac{1}{x}$

l  $x = \frac{1}{x}$

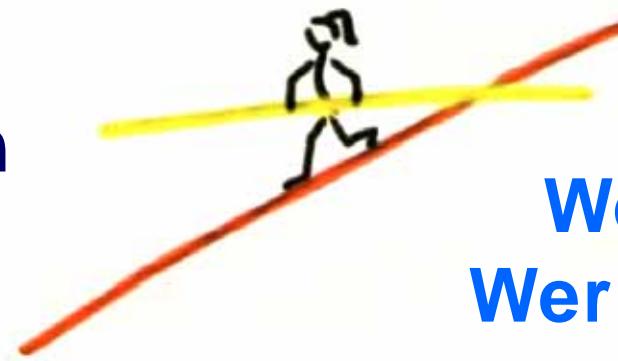
- Stelle die Aufgaben in Gruppen zusammen. Begründe.
- Warum sind dies alles quadratische Gleichungen?  
Wie können nicht-quadratische Gleichungen aussehen?
- Zeichne eine „Landkarte“: Ähnliche Typen werden nahe beieinander dargestellt, zwischen verwandten Typen werden Verbindungen gezeichnet.

*Timo Leuders:*

*Reflektierendes Üben auch mit Plantagenaufgaben.  
MNU 59 (2006) 5, S. 276–284*

Mathematik Anders Machen

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

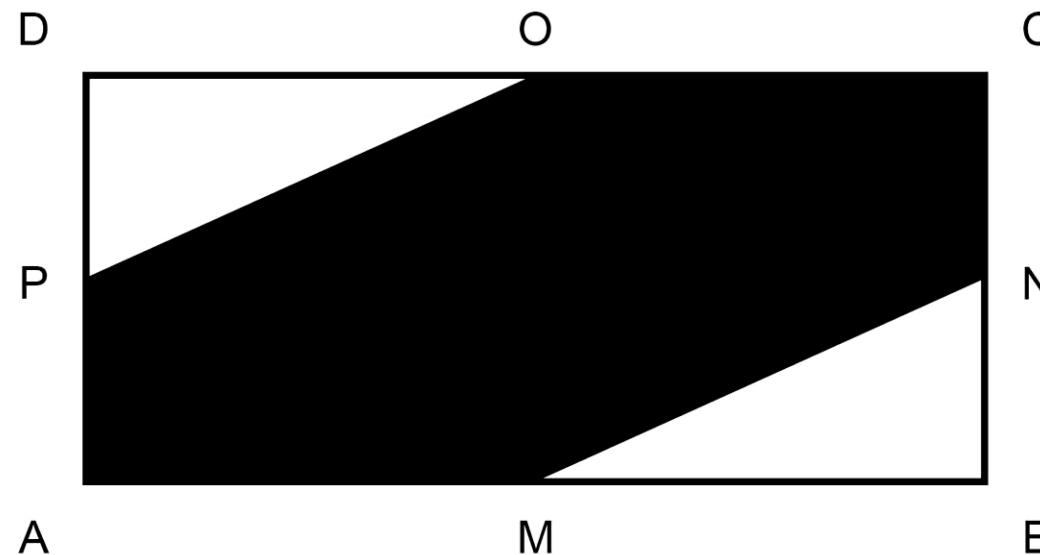
**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

**Mathematik (hinein-)sehen**

## Aufgabe 30

Gegeben ist ein Rechteck ABCD. Die Punkte M, N, O und P sind Mittelpunkte der Rechteckseiten.



Welcher Anteil der gesamten Rechteckfläche ist dunkel?

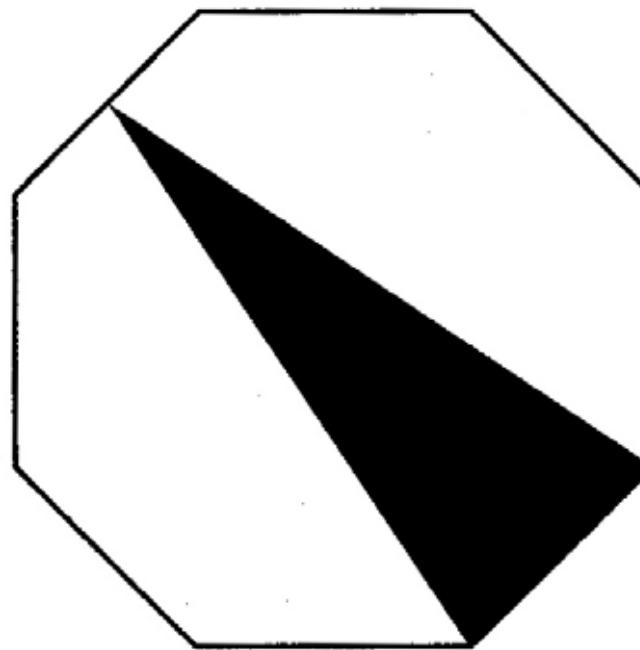
---

---

***Kompetenztest Klasse 8, März 2007***

4

Welcher Bruchteil dieser Figur  
ist schwarz gefärbt?



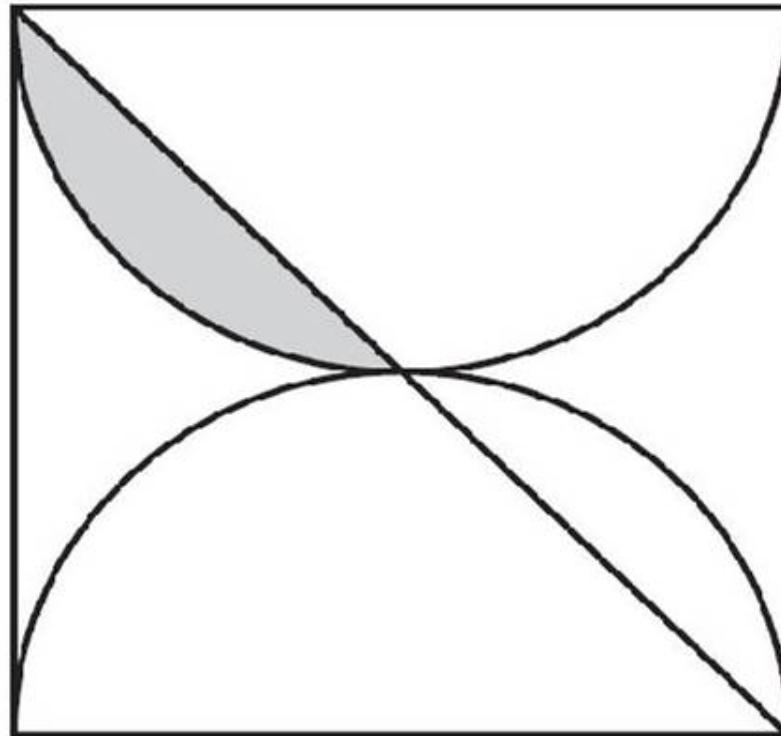
© 1996 Schroedel Schulbuchverlag GmbH



*Rüdiger Vernay – MatheMix 5/6 – Schroedel 1996*

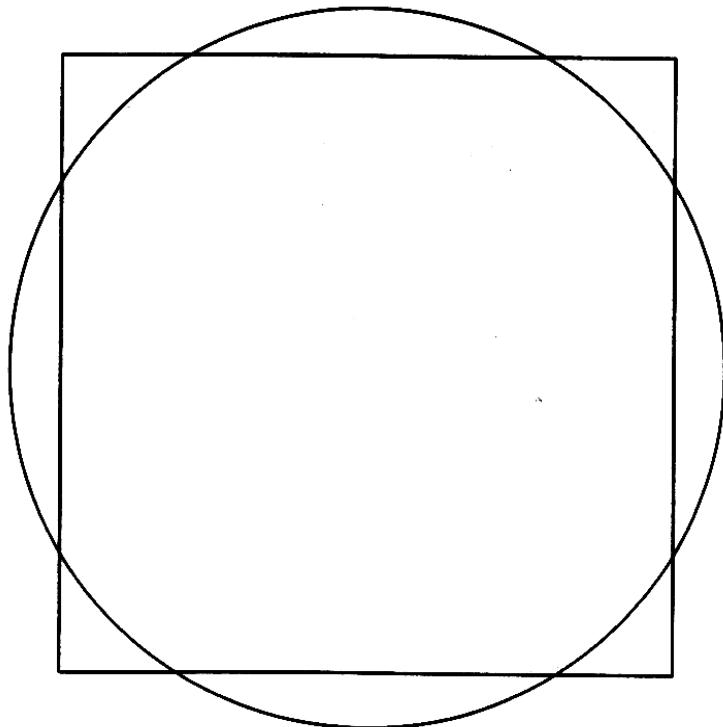
In das Quadrat mit der Seitenlänge  $a$  sind zwei Halbkreise und eine Diagonale eingezeichnet.

Berechne den Inhalt der grauen Fläche.



*Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:  
Bildungsstandards Mathematik: konkret. Sek. I:  
Aufgabenbeispiele, Unterrichtsanregungen,  
Fortbildungsideen.  
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006, S. 40*

# Was ist größer – der Kreis oder das Quadrat?



Die Abbildung zeigt einen Kreis und ein Quadrat, wobei der größte Teil des Kreises sich innerhalb des Quadrats befindet, während ein kleiner Teil des Kreises außerhalb des Quadrats liegt. Kreis und Quadrat haben den gleichen Mittelpunkt. Für alle vier Seiten des Quadrats gilt, dass 60 % der Seitenlänge innerhalb des Kreises liegen.

*Ole Fich: Mathelogik. Forlaget Selund, DK*

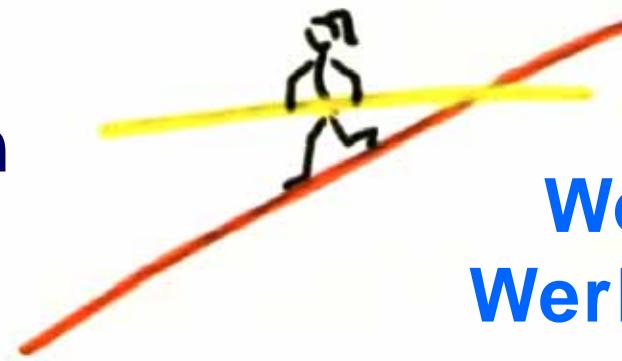
# Der Elchtest: Zentral-Abitur in Finnland

**Ein gerades, zylinderförmiges Gefäß vom Inhalt 1 Liter ist 15 cm hoch.**

**Wie groß ist der Durchmesser des Bodens eines gleich geformten Gefäßes, das  $\frac{1}{2}$  Liter fasst?**

*Die etwas andere Aufgabe – mathematik lehren 123 / April 2004*

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

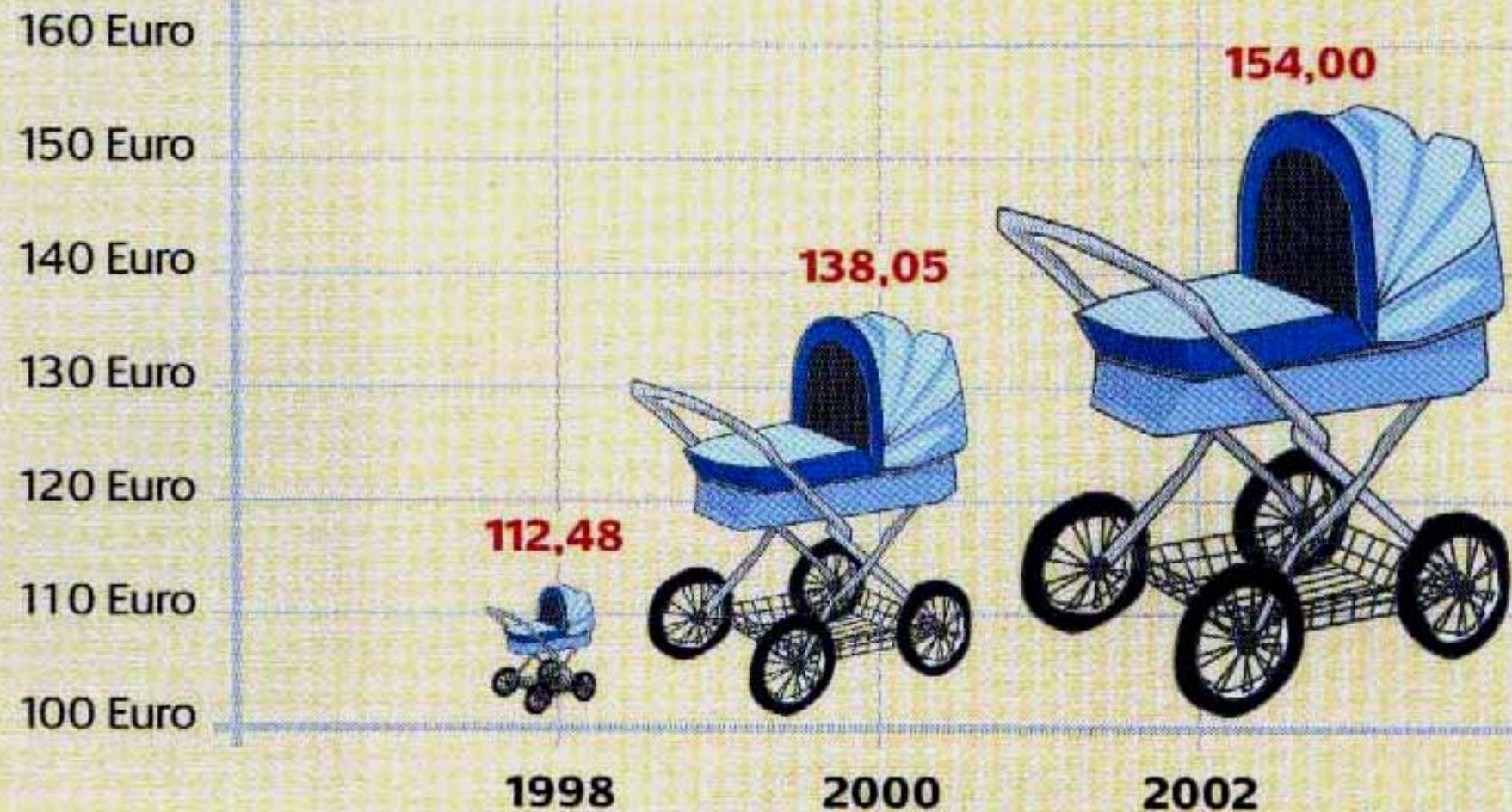
**Fehlendes finden**

**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

**Mathematik (hinein-)sehen**

## Wir fördern Familien



**Entwicklung des Kindergeldes für das erste und zweite Kind**

Quelle: Bundesministerium für Finanzen

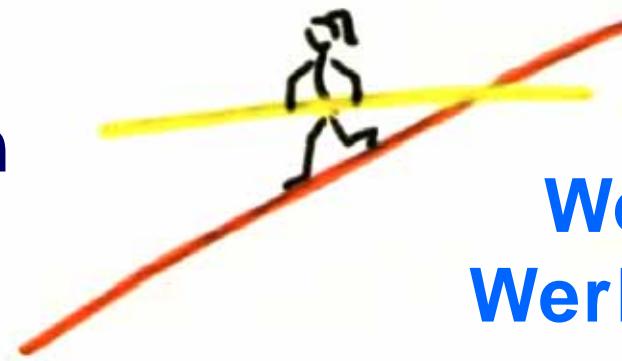
## Wir fördern Familien



**Entwicklung des Kindergeldes in Euro für das erste und zweite Kind**

Quelle: Bundesministerium für Finanzen

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

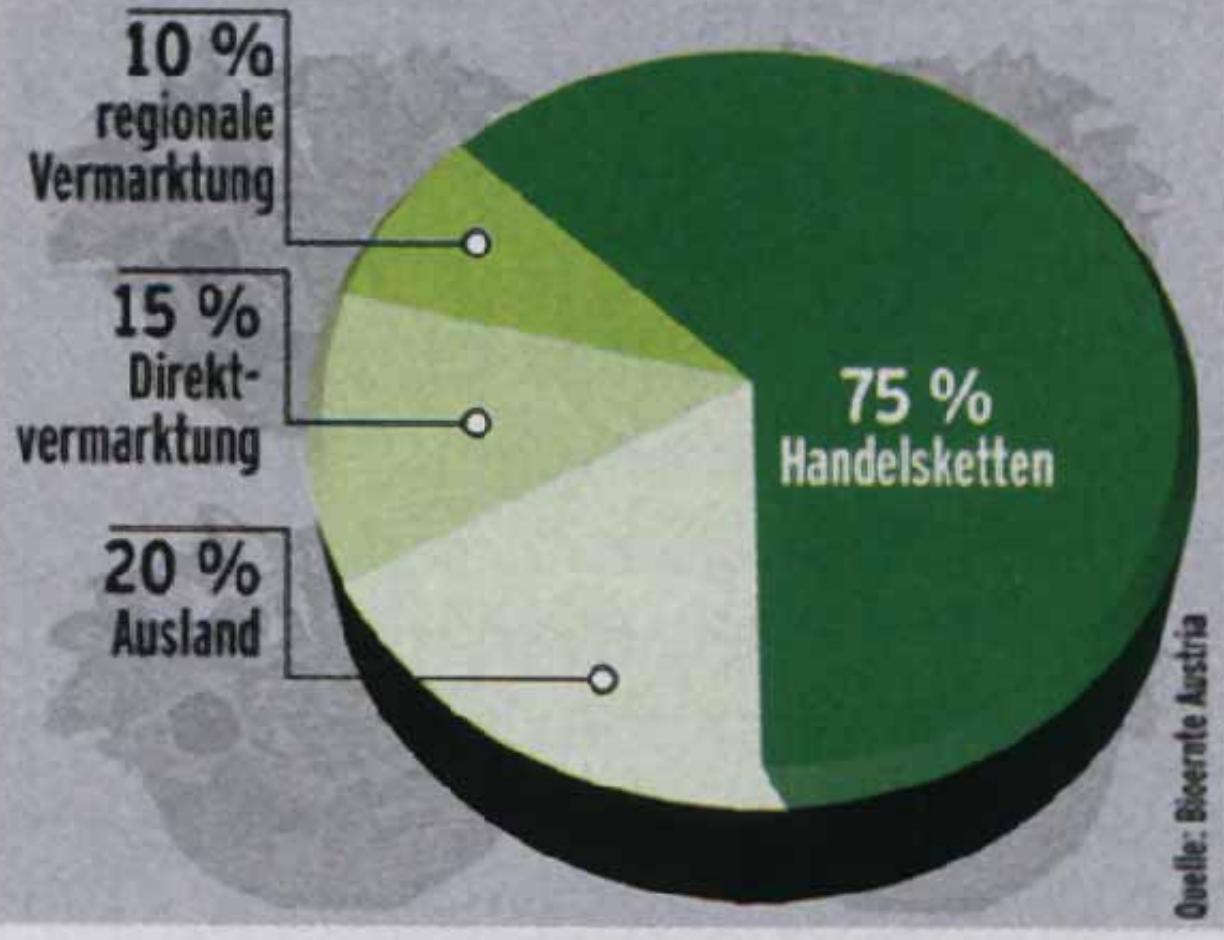
**Mathematik (hinein-)sehen**

**mid München** — 7 neue Autobahnkilometer sollen 1984 dem Verkehr übergeben werden. Das sind 14 km mehr als ursprünglich geplant. Allerdings werden davon laut DTC rund 35 km zunächst nur einbahnig fertigge-

*ADAC motorwelt 6/1984, S. 146*

**Konkurrenz-  
kampf: 75 Pro-  
zent des Bio-  
marktes teilen  
sich die großen  
Handelsketten.**

## Marktanteile im Biobusineß



*FORMAT 29/2002, S. 61*



Aus der *Norderneyer Badezeitung*: „Fuhr vor einigen Jahren noch jeder zehnte Autofahrer zu schnell, so ist es mittlerweile heute ‚nur noch‘ jeder fünfte. Doch auch fünf Prozent sind zu viele, und so wird weiterhin kontrolliert, und die Schnellfahrer haben zu zahlen.“

Herget, W. / Scholz, D.:  
Die etwas andere Aufgabe –  
Mathematikaufgaben Sek I aus der Zeitung.  
Kallmeyer 1998



Mathematik Anders Machen

# Jede 5. Mutter arbeitet auch sonntags

Jede fünfte erwerbstätige Mutter in Deutschland arbeitet zumindest gelegentlich auch an Sonn- oder Feiertagen.

In Ostdeutschland arbeitet jede zweite Mutter mit Kindern unter 18 Jahren regelmäßig an Sonn- oder Feiertagen (49 Prozent), im Westen tut dies etwa jede Dritte (38 Prozent). Das teilt das Statistische Bundesamt

*Goslarische Zeitung, 22. 5. 2004*

*mathematik lehren 126 / Oktober 2004 – Idee: Dietmar Scholz*

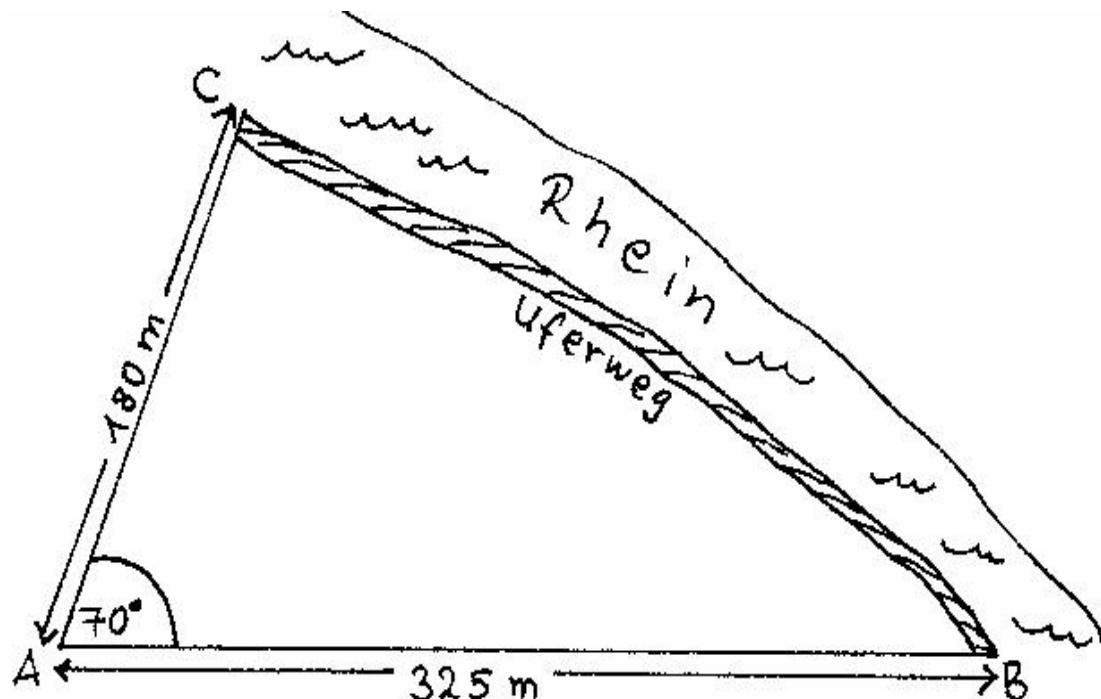
90 Prozent der Schiedsrichter  
sind saubere Leute,  
und die fünf Prozent,  
die die Regeln nicht beachten,  
die muss man aussortieren.

*Otto Rehagel  
deutscher Erfolgstrainer,  
der Griechenland zum  
EM-Titel führte*

*Westfälische Nachrichten,  
15. 2. 2005*



**Die Mitglieder des Campingvereins „Rheinaue“ möchten den Uferweg entlang des Rheins in Stand setzen.**



*(Skizze nicht maßstabsgetreu)*

**Der Vorstand geht davon aus, dass die Arbeiten in einer Woche abgeschlossen sind, wenn an jedem Tag 50 m bewältigt werden.**

**Was meinst du dazu?**



Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom Stiftung 

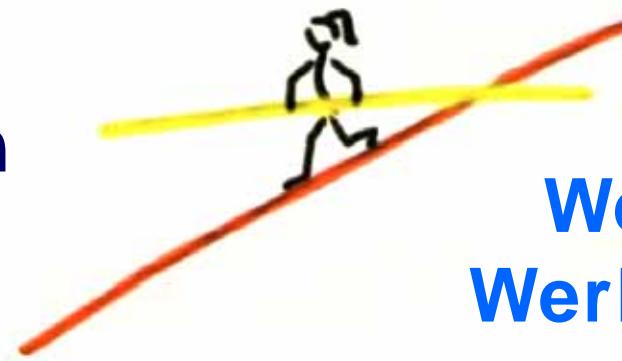
# SPARTIPP



**Wer einen neuen Kühlschrank kauft, sollte nicht nur den Kaufpreis, sondern auch die Verbrauchskosten bedenken. Wer einen Billig-Kühlschrank mit 1,1 Kilowattstunden (kWh) Stromverbrauch pro Tag geschenkt bekommt, zahlt in 15 Jahren rund 900 € an Stromkosten. Kauft er dagegen für 350 € ein sparsames Markengerät, das täglich mit nur 0,35 kWh auskommt, zahlt er im gleichen Zeitraum nur 288 € für Strom.**

*Mitteldeutsche Zeitung, 28. 3. 2003*

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

**Überraschendes klären**

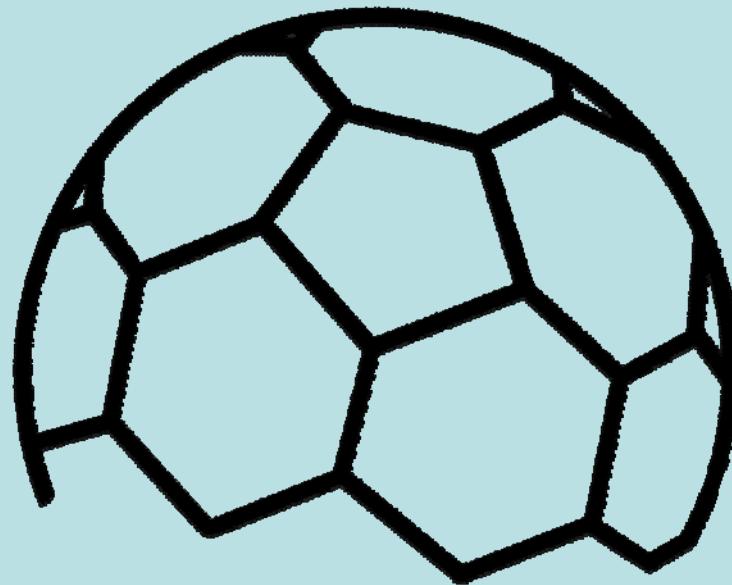
**Argumentieren, Kommunizieren**

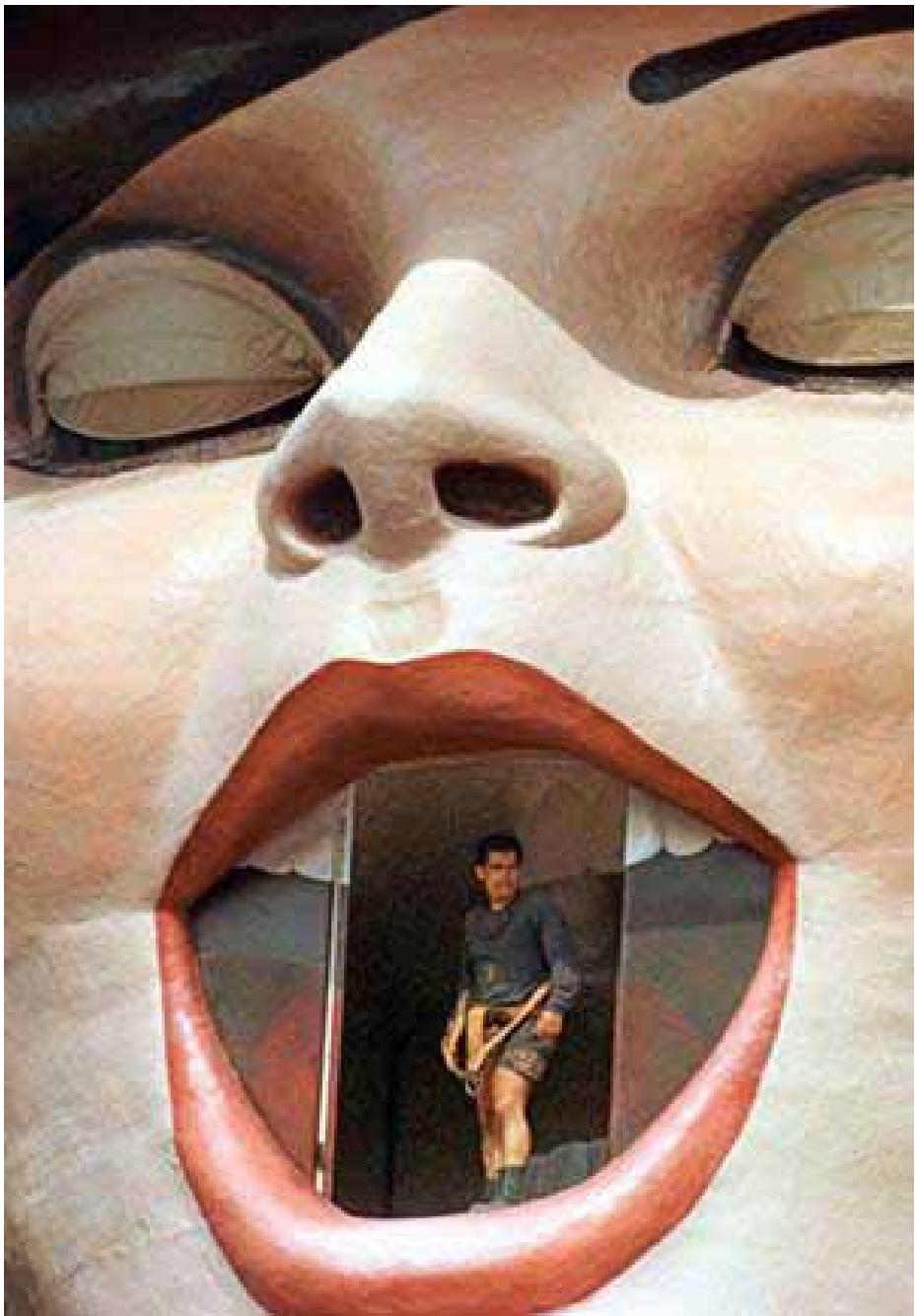
**Mathematik (hinein-)sehen**



**tempodrom** Berlin  
Mathematik Anders Machen  
Deutsche Telekom T  
Stiftung

Wilfried Herget





Wilfried Herget

Wie groß wäre  
wohl eine Person,  
die solch einen  
großen Mund  
hätte?

*Herget/Jahnke/Kroll:  
Produktive Aufgaben für den  
Mathematikunterricht in der Sek I*



Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom Stiftung



# Fermi-Fragen und Foto-Fragen

**Enrico Fermi (1901–1954)  
Nobelpreis Physik 1938**



Wie lang ist  
eigentlich ...?

Wilfried Herget

*Büchter/Herget/  
Leuders/Müller:  
Die Fermi-Box. 2007*

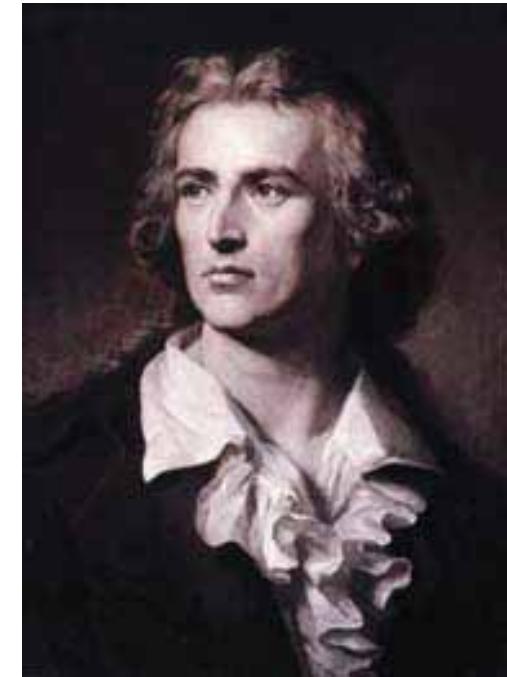


Mathematik Anders Machen

Deutsche Telekom  
Stiftung

**Der Mensch ist da Mensch,  
wo er spielt.**

*Friedrich von Schiller  
1759 – 1805*

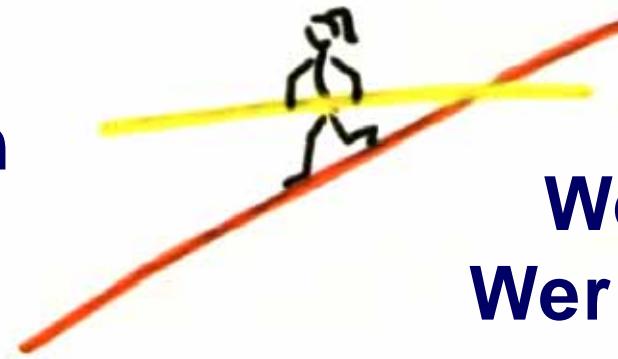


**Doch stets gilt,  
dass der Weg das Ziel ist,  
  
weil nach dem Spiel  
schon vor dem Spiel ist.**



*Robert Gernhardt*

**Rezepte  
Regeln  
Rechnen**



**Wege wählen,  
Werkzeuge wählen**

**Begriffe bilden und begreifen**

**Fehlendes finden**

**Überraschendes klären**

**Argumentieren, Kommunizieren**

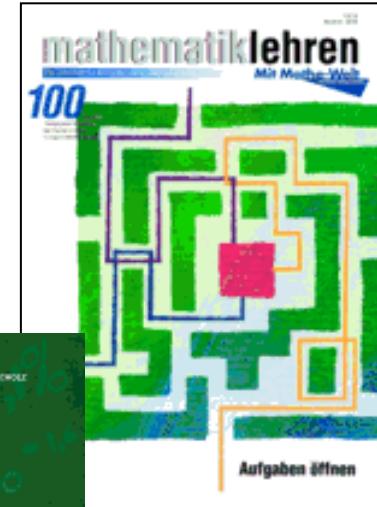
**Mathematik (hinein-)sehen**



→ **mathematik lehren**

Friedrich Verlag

PF 10 01 50, 30917 Seelze



→ **Herget, W.; Scholz, D.:**  
**Die etwas andere Aufgabe.**  
**Mathematik-Aufgaben Sek I**  
**– aus der Zeitung**  
Kallmeyer, Seelze 1998

→ **Herget, W.; Jahnke, T.; Kroll, W.:**  
**Produktive Aufgaben für den MU**  
**in der Sek I**  
Cornelsen, Berlin 2001

**Herget/Lehmann (Hg.):  
Neue Materialien für den Mathematikunterricht  
in der Sekundarstufe 1 mit dem TI-83/-89/-92.  
Schroedel, Hannover 2002**

→ **Lineare Funktionen**



→ **Quadratische Funktionen**

→ **Exponential- und Winkelfunktionen**

→ **Stochastik**

→ **Gleichungen**



► Büchter, A.; Herget, W.; Leuders, T.; Müller, J.:  
**Die Fermi-Box**  
Friedrich Verlag, Seelze 2007



► Blum, W.; Drüke-Noe, C.; Hartung, R.; Köller, O.:  
**Bildungsstandards Mathematik: konkret.**  
**Sek. I: Aufgabenbeispiele,**  
**Unterrichtsanregungen,**  
**Fortbildungsideen**  
Cornelsen Scriptor, Berlin 2006

